

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«КРЫМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В.И. ВЕРНАДСКОГО»  
(ФГАОУ ВО «КФУ ИМ. В.И. ВЕРНАДСКОГО»)

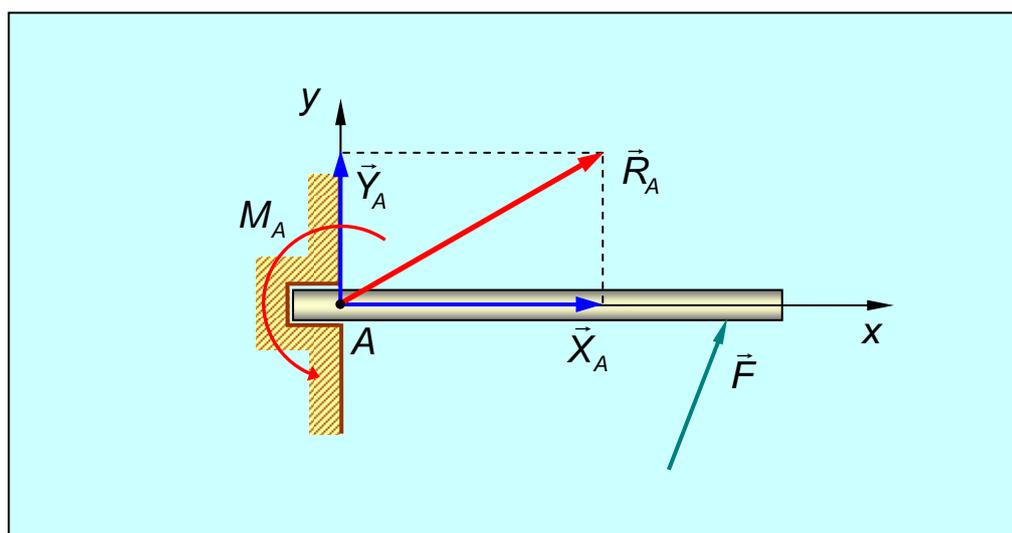
**Бахчисарайский колледж строительства,  
архитектуры и дизайна (филиал)  
ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. Вернадского»**

Утверждаю  
Директор Бахчисарайского  
колледжа строительства,  
архитектуры и дизайна  
(филиал) ФГАОУ ВО «КФУ  
им. В.И. Вернадского»  
\_\_\_\_\_ Г.П. Пехарь

## **РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ** **по дисциплине ОП.02. Техническая механика,** **часть 1 «Статика»**

Методическое пособие  
для самостоятельных расчётно-графических работ обучающихся  
по специальности  
08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений

студента группы С-\_\_\_\_\_



Рассмотрено и одобрено на заседании  
методического совета,  
протокол № 4 от 18 ноября 2015 г.

Введено в действие  
приказом директора  
от 19 ноября 2015 г. № 222

Разработчик:

**Мухамедова Л.М.** Рабочая тетрадь по дисциплине ОП.02. Техническая механика, часть 1 «Статика». Методическое пособие для самостоятельных расчётно-графических работ для обучающихся по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений. – Бахчисарай: БКСАиД (филиал) ФГАОУ КФУ «им. В.И. Вернадского», 2015. – 50с.

Методическое пособие предназначена для формирования системных знаний, ритмичной самостоятельной работы на протяжении всего семестра обучающихся дневной формы обучения по специальности: 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений. Методическое пособие относится к учебно-практическому блоку и состоит из методических рекомендаций по выполнению самостоятельных индивидуальных заданий, кроме того приведены краткие теоретические сведения, справочный материал, тексты заданий, имеющие все необходимые указания по содержанию и оформлению каждой работы, последовательность выполнения и оформления графической части заданий, приведены примеры решения типовых задач, а также предложены контрольные тестовые задания и вопросы для самопроверки усвоения материала.

Утверждено на заседании цикловой комиссии № 3 «Дисциплин профессионального цикла по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений»

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2015 г.

Протокол № \_\_\_\_\_

Председатель ЦК \_\_\_\_\_ Базарная Е.А.

## Содержание

1. Вступление
2. Расчетно-графическая работа №1. Определение усилий в стержнях простейшей стержневой конструкции от приложенной внешней нагрузки
3. Методические указания к выполнению работы №1
4. Задание к расчетно-графической работе №1 (Схемы вариантов)
5. Пример выполнения расчетно-графической работы №1
6. Тестовые задания к теме №1
7. Расчетно-графическая работа №2. Определение опорных реакций балки на двух опорах при действии вертикальных нагрузок
8. Методические указания к выполнению работы №2
9. Задание к расчетно-графической работе №2 (Схемы вариантов)
10. Пример выполнения расчетно-графической работы №2
11. Тестовые задания к теме №2
12. Расчетно-графическая работа №3. Определение положения центра тяжести сечения, составленного из стандартных профилей прокатной стали
11. Методические указания к выполнению работы №3
12. Задание к расчетно-графической работе №1 (Схемы вариантов)
13. Пример выполнения расчетно-графической работы №1
14. Тестовые задания к теме №3
15. Приложения
16. Вопросы для самопроверки
16. Литература

## Вступление

Теоретическая механика является одной из важнейших дисциплин, изучаемых студентами СПО специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений в колледже. Одним из видов самостоятельной работы студентов при изучении теоретической механики является выполнение индивидуальных расчетно-графических работ, которые служат для закрепления и углубления знаний студентов, развития их навыков в решении практических задач, контроля знаний и умений по дисциплине.

Расчетно-графические работы составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины и содержат три самостоятельных задания по основным темам теоретической механики.

Для организации и выполнения расчетно-графических работ в рабочей тетради приведены краткие теоретические сведения, тексты заданий, имеющие все необходимые указания по содержанию и оформлению каждой работы, последовательность выполнения и оформления графической части заданий, приведены примеры решения типовых задач и контрольные тесты по темам модулей дисциплины, знание которых учитывается при выставлении итоговой оценки знаний студентов. Номер варианта соответствует порядковому номеру студента в групповом журнале. Задачи выполняются аккуратно, сопровождаются краткими объяснениями производимых операций, ссылками на соответствующие законы и формулы.

Срок сдачи работы назначается в соответствии с графиком сдачи расчетно-графических работ. В рабочей тетради преподаватель делает замечания по работе, выставляет соответствующую оценку, проведя, в случае необходимости, дополнительный опрос. За каждую работу выставляется оценка. Предлагаемая методика дает возможность преподавателю организовать выполнение самостоятельных расчетно-графических работ студентов с минимальными затратами учебного времени, стимулирует регулярную самостоятельную работу студентов над изучаемым материалом и дает возможность накапливать, в течение семестра, оценки по дисциплине.

## Расчетно-графическая работа №1. Вариант №\_\_

**Тема:** Определение усилий в стержнях простейшей стержневой конструкции от приложенной внешней нагрузки.

**Цель:** Изучение условия равновесия плоской системы сходящихся сил, определение усилий в стержневых конструкциях аналитическим и геометрическим (графическим) способами.

### Теоретические сведения:

Систему сил, линии, действия которых расположены в одной плоскости и пересекаются в одной точке, называют плоской системой сходящихся сил.

Необходимым и достаточным условием равновесия плоской системы сходящихся сил является равенство нулю равнодействующей этой системы сил. Это условие можно выразить двумя алгебраическими равенствами:

$$\sum X_i = 0; \quad \sum Y_i = 0. \quad (1)$$

Равенства (1) выражают условие равновесия плоской системы сходящихся сил в аналитической форме и их называют уравнениями равновесия плоской системы сходящихся сил. Таким образом, для равновесия плоской системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраические суммы проекций всех сил системы на координатные оси были равны нулю.

Условие равновесия плоской системы сходящихся сил в геометрической форме выражается в условии замкнутости многоугольника данных сил.

Преимущества аналитического способа проекций перед геометрическим способом построения силового многоугольника особенно заметны в задачах на равновесие системы более трех сил (решение силового многоугольника представляет известные трудности).

**Задание:** Определить величину и направление реакций связей от приложенной внешней нагрузки (реакции нити и стержня принято называть усилиями). Задачу решить аналитическим и геометрическим (графическим) способами. Данные для задачи своего варианта взять из таблицы 1 и схемы на рисунке 1.

К решению задачи можно приступить после изучения темы «Условие равновесия плоской системы сходящихся сил». Необходимо твердо усвоить три способа решения задач на равновесие плоской системы сходящихся сил: аналитический, геометрический и графический. Графическую часть работы выполнить карандашом на отдельном листе формата А-4, выбрать и указать на чертеже масштаб сил, лист снабдить рамкой на расстоянии 5 мм от края. Надписи выполнять чертежным шрифтом (см. пример выполнения задания).

### Методические указания к решению задачи.

При решении задачи аналитическим способом рекомендуется придерживаться следующего порядка:

1. Выделить тело (или точку), равновесие которого следует рассмотреть.

2. Изобразить активные (заданные) силы, действующие на выделенное тело.

3. Освободить тело от наложенных на него связей, заменив их действие реакциями связей (усилиями), неизвестные усилия направить от узла, предположив, что стержни растянуты.

4. Выбрать положение прямоугольной системы координат. Начало координат совместить с точкой, равновесие которой будем рассматривать.

Координатные оси по возможности направлять по неизвестным силам, тогда проекция неизвестной силы на ось, перпендикулярную ей, окажется равной нулю. Благодаря этому, уменьшится число неизвестных в уравнении, равновесия, и решение его упростится.

5. Определить углы между усилиями и координатными осями, указать на чертеже.

6. Составить уравнение равновесия плоской системы сходящихся сил:

$$\sum X_i = 0; \sum Y_i = 0.$$

При проектировании силы на ось следует модуль силы умножать на косинус острого угла между линией действия силы и осью независимо от того, с каким направлением оси (положительным или отрицательным) он образован.

Полученное произведение имеет знак плюс, если проектируемая сила совпадает с положительным направлением оси, и знак минус – если не совпадает.

7. Решить составленные уравнения равновесия относительно искомых величин.

При решении задачи геометрическим (графическим) способом необходимо построить замкнутый силовой многоугольник (треугольник), построение которого начинают с заданных сил, а затем достраивают неизвестные силы.

8. Решить силовой многоугольник (определить неизвестные стороны, которые представляют собой неизвестные усилия в стержнях) или, если силовой многоугольник построен в масштабе, определить искомые силы по масштабу.

## Ход работы

Аналитический способ решения.

Рассмотрим равновесие шарнира В. К нему приложена активная сила – вес груза F. Отбросим связи и заменим действие связей их реакциями R<sub>1</sub> и R<sub>2</sub>.

Направим искомые усилия от узла \_\_\_\_, тем самым предположив стержни растянутыми. Если же в результате решения то или иное из них получится отрицательным, то это значит, что предположенное направление усилия неправильное и, следовательно, усилие является сжимающим.

Для равновесия узла \_\_\_\_ должна равняться нулю алгебраическая сумма проекций всех приложенных к нему сил на любые две непараллельные оси.

Совместим начало координат с точкой \_\_\_\_, проведем ось X по стержню \_\_\_\_, а ось Y перпендикулярно ей.

Составим уравнения равновесия, для системы сходящихся сил в узле В:  
 $\sum X_i = 0$ ; \_\_\_\_\_

$\sum Y_i = 0$ . \_\_\_\_\_

После подстановки числовых значений известных величин получим

R<sub>1</sub> = \_\_\_\_\_ R<sub>2</sub> = \_\_\_\_\_.

Геометрический (графический) способ решения.

Выбираем масштаб сил \_\_\_\_\_ и строим замкнутый силовой многоугольник (треугольник). Из произвольной точки *a* проводим отрезок

*ав*, параллельный и равный в принятом масштабе силе **F**, затем из точки *a* проводим прямую параллельно стержню \_\_\_\_, до взаимного пересечения с прямой, проведенной из точки *b* параллельно стержню \_\_\_\_\_.

Полученный силовой треугольник замкнутый, следовательно, все стрелки в нем направлены в одну сторону по обходу треугольника. Направление обхода определяется направлением заданной силы **F**. Стороны этого треугольника

*ac* и *bc* дают величины и направления усилий R<sub>1</sub> и R<sub>2</sub> в стержнях конструкции соответственно. По масштабу определим R<sub>1</sub> = \_\_\_\_\_ и R<sub>2</sub> = \_\_\_\_\_. Совершая обход треугольника в направлении силы **F**, замечаем, что полученные направления реакций стержней \_\_\_\_ совпадают с первоначально выбранными, следовательно стержень \_\_\_\_ растянут (сжат) стержень \_\_\_\_ растянут (сжат).

Модули  $R_1$  и  $R_2$ . можно также определить геометрически используя

---

---

---

---

---

---

---

Сравним результаты двух решений и вычислим в процентах относительную погрешность графического решения по формуле:

$$\delta = \left| \frac{R_{gp} - R_{ан}}{R_{ан}} \right| \times 100\% =$$

Относительная погрешность не должна превышать 5%.

Вывод: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## Определение сил в стержнях

Масштаб сил

## Схемы вариантов.

(Рисунок 1).

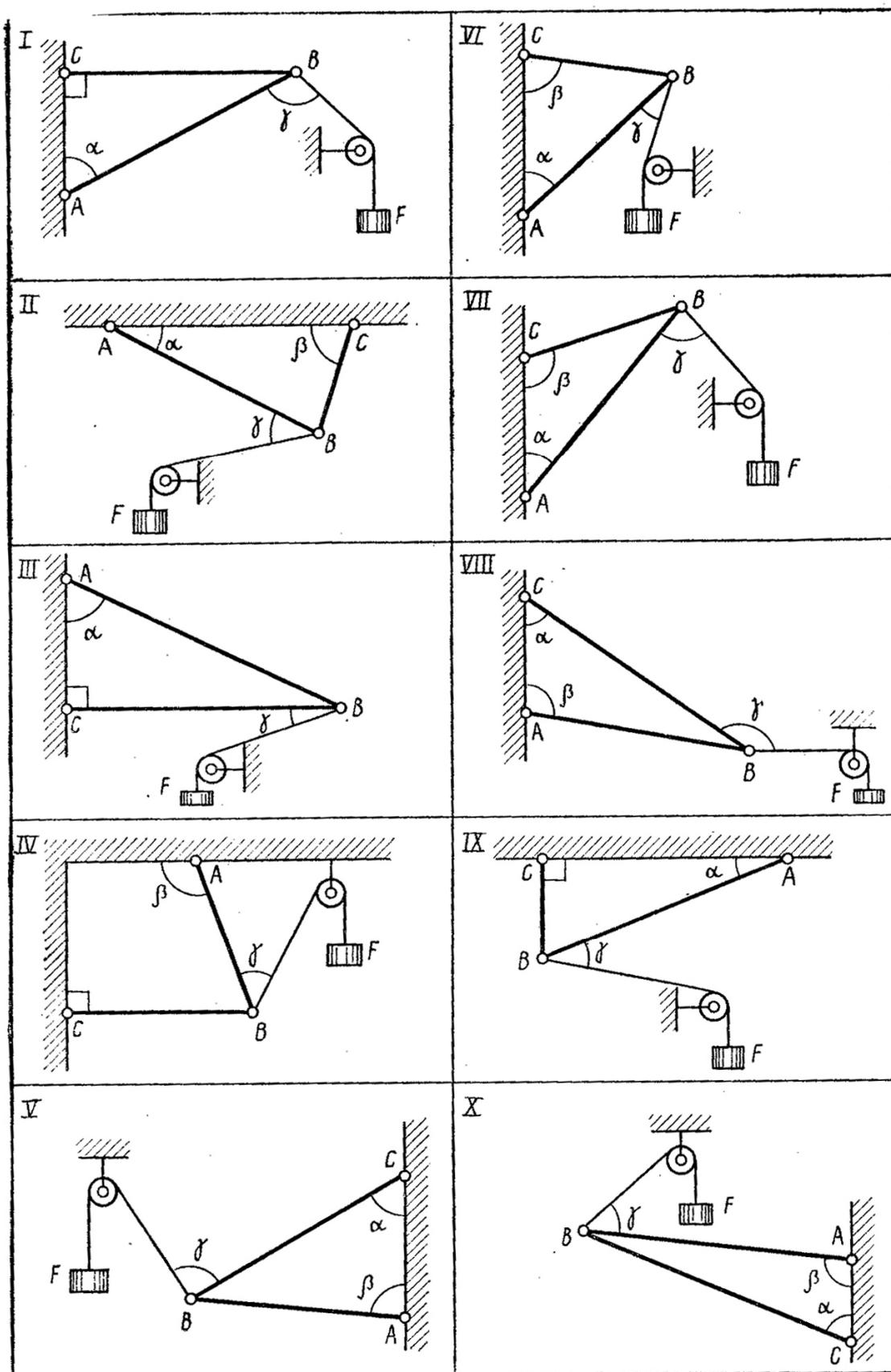


Таблица № 1

Вариант	Схема	Сила F (кН)	Углы в градусах		
			$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
1	II	50	30	60	30
2	III	50	45	90	90
3	IV	50	90	120	45
4	VI	50	60	30	45
5	V	50	30	60	90
6	VIII	50	45	120	90
7	VII	50	45	120	90
8	X	50	30	120	60
9	IX	50	30	90	60
10	II	60	60	30	60
11	I	60	60	90	90
12	III	60	30	90	60
13	IV	60	90	120	60
14	VI	60	30	60	30
15	V	60	60	90	90
16	VIII	60	30	120	90
17	VII	60	60	120	90
18	X	60	60	60	60
19	IX	100	30	90	60
20	II	100	30	60	60
21	I	100	60	90	120
22	IV	100	90	120	30
23	III	100	60	90	30
24	VI	100	60	90	30
25	V	100	30	60	90

### Пример решения задачи.

Тросом, перекинутым через блок **A**, поддерживаемый шарнирно-стержневой конструкцией **ВАС**, с постоянной скоростью поднимается груз **G**.

Определить усилия в стержнях **AB** и **AC** конструкции, пренебрегая размерами блока и трением в нем. Дано:  $G = 2$  кН.  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ ,  $\gamma = 45^\circ$ .

#### *Аналитический способ решения.*

Рассмотрим равновесие шарнира **A**. Мысленно вырежем узел **A** и изобразим его со всеми действующими на него известными и искомыми силами.

Искомые усилия  $R_1$  и  $R_2$  направим от узла **A**, предположив, что стержни растянуты. Для равновесия узла **A** должна равняться нулю алгебраическая сумма проекций всех приложенных к нему сил на любые две непараллельные оси. Совместим начало координат с точкой **A**, проведем ось **X** по стержню **AB**, а ось **Y** перпендикулярно оси **X** вдоль стержня **AC**.

Составим уравнения равновесия, для системы сходящихся в узле **A** сил.

$$\sum X_i = 0; \quad G \cdot \cos 60^\circ - R_2 - F \cdot \cos 45^\circ = 0; \quad 2 \cdot 0,5 - R_2 - 2 \cdot 0,707 = 0;$$

$$R_2 = -0,414 \text{ кН.}$$

$$\sum Y_i = 0. \quad -R_1 - G \cdot \cos 30^\circ - F \cdot \cos 45^\circ = 0; \quad -R_1 - 2 \cdot 0,866 - 2 \cdot 0,707 = 0;$$

$$R_1 = -3,144 \text{ кН.}$$

В результате решения искомые усилия  $R_1$  и  $R_2$  получились отрицательными, это значит, что предположенное направление усилий неверное и, следовательно, оба стержня работают на сжатие.

#### *Геометрический (графический) способ решения:*

Рассмотрим равновесие узла **A**, из четырех сил, действующих на узел **A** известны натяжение вертикальной ветви троса, равное весу груза **G** и направленное вертикально вниз и натяжение наклонной ветви троса, которое из-за отсутствия трения в блоке равно по абсолютной величине натяжению вертикальной ветви троса ( $G = F = 2$  кН.). Для определения искомых усилий.

$R_1$  и  $R_2$  выбираем масштаб сил  $\mu = 0,5$  кН./см. и строим замкнутый силовой многоугольник сил. Из произвольной точки **a** проводим отрезок **ав**, параллельный и равный в принятом масштабе силе **G**, из точки **в** проводим отрезок **вс**, параллельный и равный второй известной силе **F**; затем из точки **a** проводим прямую, параллельно стержню **AC**, до взаимного пересечения с прямой, проведенной из точки **с** параллельно стержню **AB**.

Полученный силовой многоугольник **авсda** замкнутый, следовательно все стрелки в нем должны идти в одну сторону по обходу силового многоугольника, причем направление этого обхода определяется направлением известных сил **G** и **F**. Стороны этого многоугольника **cd** и **da** дают величины и направления усилий  $R_1$  и  $R_2$  в стержнях **AC** и **AB** соответственно. По масштабу находим, что  $R_1 = 3,145$  кН и  $R_2 = 0,425$  кН.

Совершая обход многоугольника, замечаем, что полученные направления усилий не совпадают с первоначально выбранными, следовательно, оба стержня сжимаются.

Модули усилий  $R_1$  и  $R_2$  можно определить также по теореме синусов:

Рассмотрим треугольник *авс* сторона  $ce = \sqrt{2} * R_2$ ;

По теореме синусов :  $(F - \sqrt{2} * R_2) / \sin 30^\circ = G / \sin 45^\circ$  ;

$(2 - 1,414 R_2) * 0,707 = 2 * 0,5$  ;  $R_2 = 1,414 - 1$  ;  $R_2 = 0,414$  кН.

Из этого же треугольника запишем другое соотношение и определим

$R_1$ .

По теореме синусов:  $(R_1 - R_2) / \sin 105^\circ = G / \sin 45^\circ$ ;

$R_1 - R_2 = 2,732$ ;  $R_1 = 2,732 + 0,414 = 3,146$  кН.

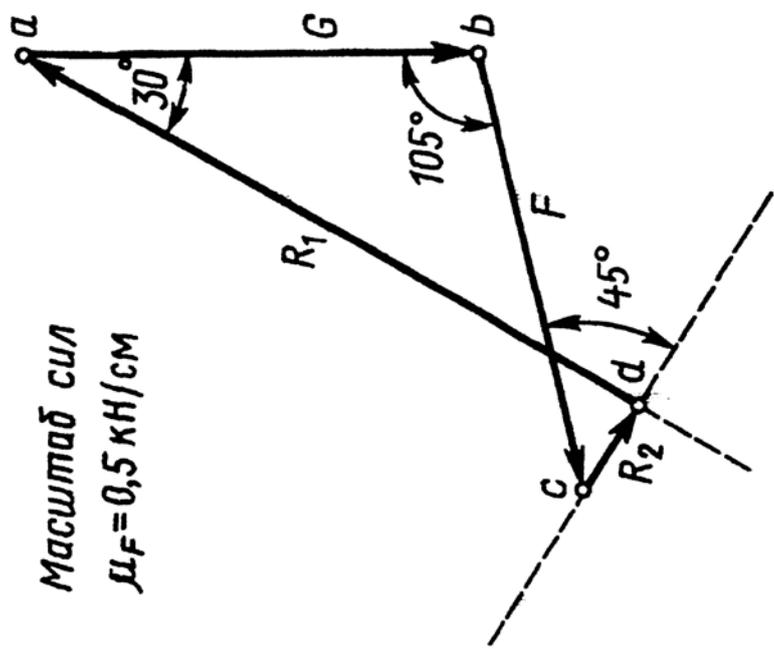
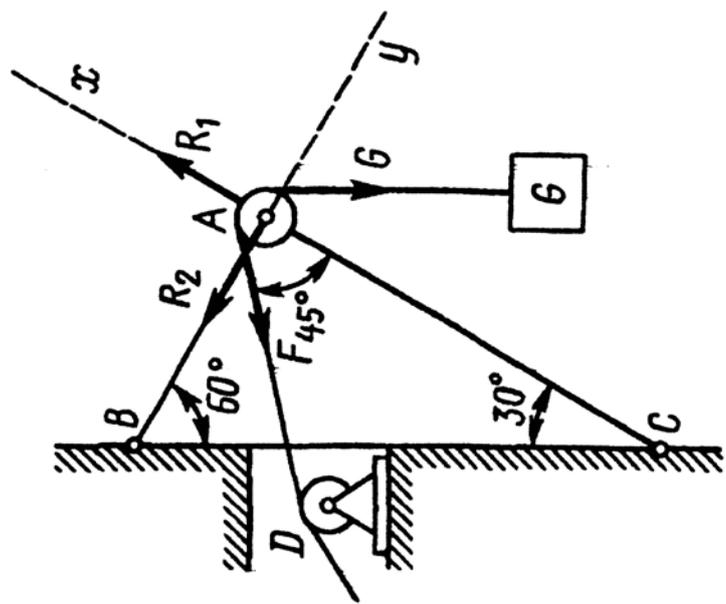
**Ответ:**  $R_1 = 3,146$  кН.

$R_2 = 0,414$  кН.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛ В СТЕРЖНЯХ

Дано:  $G = 2 \text{ кН}$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 30^\circ$ ,  $\gamma = 45^\circ$

Масштаб сил  
 $\mu_F = 0,5 \text{ кН/см}$



Силы в стержнях:

$$R_1 = ad \cdot \mu_F = 6,29 \text{ см} \times 0,5 \text{ кН/см} = 3,145 \text{ кН},$$

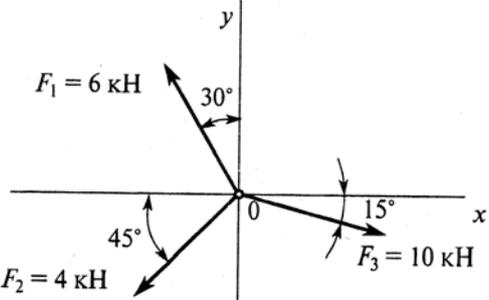
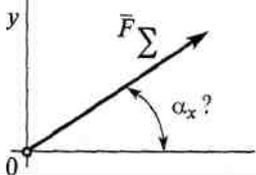
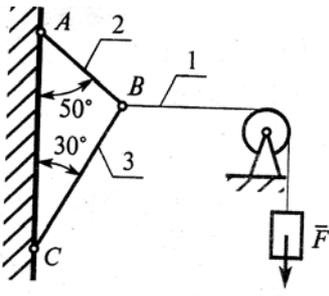
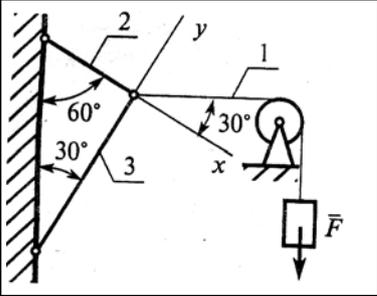
$$R_2 = cd \cdot \mu_F = 0,85 \text{ см} \times 0,5 \text{ кН/см} = 0,425 \text{ кН}.$$

Относительная погрешность:

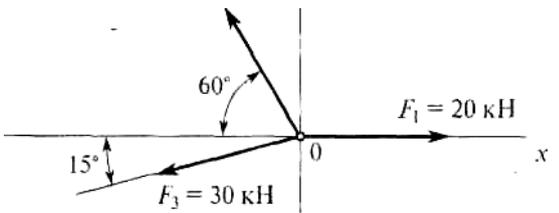
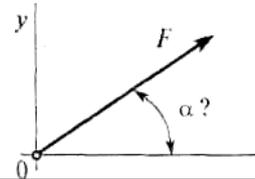
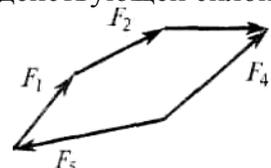
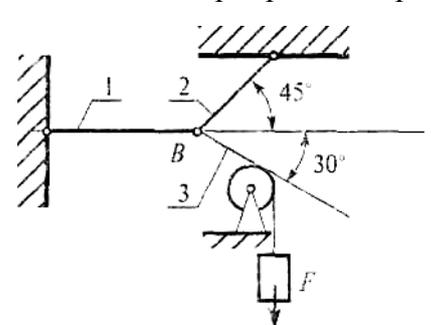
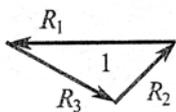
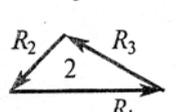
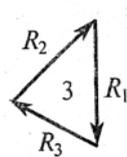
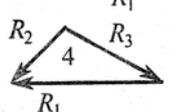
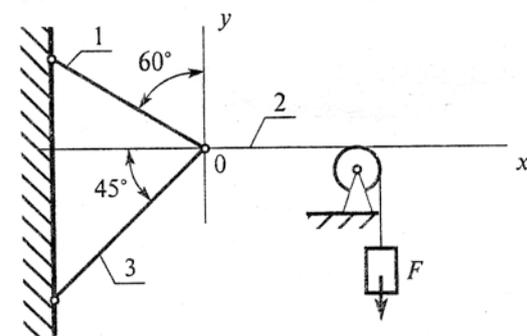
$$\delta_1 = 0, \delta_2 = \frac{0,425 - 0,414}{0,414} \cdot 100 = 2,66\%$$

### Контрольные тесты к работе 1.

#### Плоская система сходящихся сил

Вопросы	Ответы	Код
<p>1. Определить проекцию равнодействующей на ось x</p> 	26, 54 кН	1
	3, 87 кН	2
	6, 28 кН	3
	Верный ответ не приведен	4
<p>2. Определить направление равнодействующей силы (<math>\alpha_x</math>) по ее проекциям на оси x и y  <math>F_{\Sigma x} = 25 \text{ Н}; F_{\Sigma y} = 9,9 \text{ Н}</math></p> 	14° 30'	1
	64° 15'	2
	21° 40'	3
	Верный ответ не приведен	4
<p>3. Сходящаяся система 4-х сил, действующих на балку, уравновешена <math>F_{1y} = 16 \text{ Н}; F_{2y} = -46 \text{ Н}; F_{3y} = 36 \text{ Н}; \sum F_{kx} = 0</math> Определить величину <math>F_{4y}</math></p>	16 Н	1
	- 6 Н	2
	6 Н	3
	1 Н	4
<p>4. Груз F находится в равновесии. Указать, какой из силовых треугольников для шарнира В построен верно</p> 	1	1
	2	2
	3	3
	4	4
<p>5. Груз находится в равновесии. Указать, какая система уравнений равновесия верна в этом случае</p> 	$\sum F_{kx} = R_1 \cos 60^\circ + R_2 = 0$ $\sum F_{ky} = R_3 + R_1 \cos 30^\circ = 0$	1
	$\sum F_{kx} = R_1 \cos 30^\circ - R_2 = 0$ $\sum F_{ky} = R_3 + R_1 \cos 60^\circ = 0$	2
	$\sum F_{kx} = R_1 \cos 30^\circ - R_2 = 0$ $\sum F_{ky} = -R_3 + R_1 \cos 60^\circ = 0$	3
	Верный ответ не приведен	4

## Плоская система сходящихся сил

Вопросы	Ответы	Код	
6. Определить величину равнодействующей силы	39,5 кН	1	
	44,4 кН	2	
	19,5 кН	3	
	Верный ответ не приведен	4	
7. По известным проекциям на оси координат x и y определить угол наклона равнодействующей к оси Ox $F_{\Sigma x} = 15$ кН; $F_{\Sigma y} = 8,66$ кН	$30^\circ$	1	
	$20^\circ$	2	
	$60^\circ$	3	
	$75^\circ$	4	
8. Какой вектор силового многоугольника является равнодействующей силой?	$F_2$	1	
	$F_4$	2	
	$F_5$	3	
	$F_1$	4	
9. Груз F находится в равновесии. Указать, какой из треугольников для шарнира В построен верно			1
		2	
		3	
		4	
10. Груз F находится в равновесии. Указать, какая система уравнений равновесия верна в этом случае	$\sum F_{kx} = R_2 - R_1 \cos 60^\circ - R_3 \cos 45^\circ = 0$ $\sum F_{ky} = R_1 \cos 60^\circ - R_3 \cos 45^\circ = 0$	1	
	$\sum F_{kx} = R_2 - R_1 \cos 30^\circ - R_3 \cos 45^\circ = 0$ $\sum F_{ky} = R_1 \cos 60^\circ - R_3 \cos 45^\circ = 0$	2	
	$\sum F_{kx} = R_1 \cos 30^\circ - R_3 \cos 45^\circ + R_2 = 0$ $\sum F_{ky} = R_3 \cos 45^\circ - R_1 \cos 60^\circ = 0$	3	
	Верный ответ не приведен	4	

## Расчетно-графическая работа №2. Вариант №\_\_

**Тема:** определение опорных реакций балки на двух опорах при действии вертикальных нагрузок.

**Цель:** приобретение навыков по составлению уравнений равновесия произвольной плоской системы сил, определению аналитическим способом опорных реакций балок.

**Теоретические сведения:**

**Условия равновесия произвольной плоской системы сил. Случай параллельных сил.**

Для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы одновременно выполнялись условия:  $R = 0, M_0 = 0$ .

Здесь  $O$  - любая точка плоскости.

Найдем вытекающие из равенств аналитические условия равновесия.

Величины  $R$  и  $M_0$  определяются равенствами:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \quad M_0 = \sum m_0(\bar{F}_i).$$

где  $R_x = \sum F_{ix}, R_y = \sum F_{iy}$ . Но  $R$  может равняться нулю только тогда, когда одновременно  $R_x = 0$  и  $R_y = 0$ . Следовательно, условия будут выполнены, если будет:

$$\sum F_{ix} = 0, \quad \sum F_{iy} = 0, \quad \sum m_i(\bar{F}_i) = 0.$$

Полученные равенства выражают следующие **аналитические условия равновесия**: для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух координатных осей и сумма их моментов относительно любого центра, лежащего в плоскости действия сил, были равны нулю.

**Теорема о трех моментах.** Для равновесия плоской системы сил, действующих на твердое тело, необходимо и достаточно, чтобы суммы моментов этих сил системы относительно трех любых точек, расположенных в плоскости действия сил и не лежащих на одной прямой, были равны нулю.

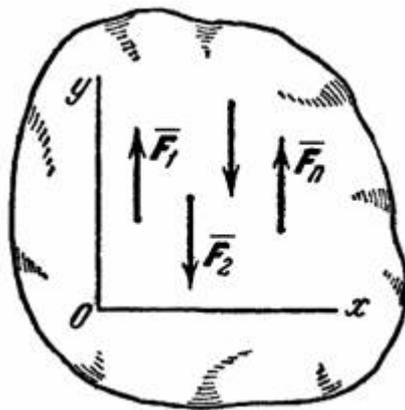
$$\sum M_A(\bar{F}_i) = 0, \quad \sum M_B(\bar{F}_i) = 0, \quad \sum M_C(\bar{F}_i) = 0$$

**Равновесие плоской системы параллельных сил.**

В случае, когда все действующие на тело силы параллельны друг другу, мы можем направить ось  $Ox$  перпендикулярно к силам, а ось  $Oy$  параллельно им (см. рис.). Тогда проекция каждой из сил на  $Ox$  будет равна нулю и первое из 3-х равенств обратится в тождество вида  $0 = 0$ . В результате для параллельных сил останется два условия равновесия:  $\sum F_{iy} = 0,$

$$\sum m_j(\bar{F}_i) = 0.$$

Где ось  $Oy$ , параллельна силам.



### **Статически определимые и статически неопределимые задачи.**

Для любой плоской системы сил, действующей на твердое тело, имеется три независимых условия равновесия. Следовательно, для любой плоской системы сил из условий равновесия можно найти не более трех неизвестных.

В случае пространственной системы сил, действующих на твердое тело, имеется шесть независимых условий равновесия. Следовательно, для любой пространственной системы сил из условий равновесия можно найти не более шести неизвестных.

Задачи, в которых число неизвестных не больше числа независимых условий равновесия для данной системы сил, приложенных к твердому телу, называются **статически определимыми**.

В противном случае задачи **статически неопределимы**.

**Задание:** Определить реакции шарнирных опор А и В балки, находящейся под действием сосредоточенной силы  $F = \underline{\hspace{2cm}}$  кН, равномерно распределенной нагрузки с интенсивностью  $q = \underline{\hspace{2cm}}$  кН/м и пары сил с Моментом  $M = \underline{\hspace{2cm}}$  кН.м; расстояния  $a = \underline{\hspace{2cm}}$  м.,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$  м.,  $c = \underline{\hspace{2cm}}$  м.

Данные для задачи своего варианта взять на схеме вариантов (рисунок 2).

### **Методические указания к решению задачи**

При решении рассмотренной задачи рекомендуется придерживаться следующего порядка решения задачи в виде алгоритма решения задач статики:

Составить силовую расчетную схему, выполнив следующее:

- выбрать объект рассмотрения (рассматриваем балку на двух опорах);
- отбросить все действующие на балку связи (опоры А и В);
- заменить отброшенные связи их реакциями;
- заменить распределенные нагрузки эквивалентными сосредоточенными силами;
- заменить пары сил их моментами.

Написать систему уравнений равновесия для составленной силовой схемы.

Решая полученную систему уравнений, найти неизвестные силы или опорные реакции.

Выполнить проверку правильности определения неизвестных опорных реакций.

**Решение.** Введем систему координат  $O_{xy}$ , совместив начало координат  $O$  с неподвижным шарниром  $A$  и направив ось  $O_x$  вдоль балки.

Для определения опорных реакций рассмотрим равновесие балки. К ней приложены активные силы:  $\vec{F}$ , пара сил с моментом  $M$  и равномерно распределенная нагрузка. Заменяем распределенную нагрузку эквивалентной сосредоточенной  $\vec{Q}$ , равной по модулю  $Q = q \cdot \_\_ = \_\_ \text{ кН}$  и приложенной в средней точке нагруженного участка.

На балку наложены две связи: неподвижная шарнирная опора в точке  $A$  и подвижная шарнирная опора (каток) в точке  $B$ . Отбросим мысленно эти связи, заменив их соответствующими реакциями. Реакция  $\vec{R}_A$  неизвестна по величине и направлению, поэтому разложим её на две неизвестные по величине составляющие  $X_A, Y_A$ , направленные по координатным осям. Опора в точке  $B$  не препятствует её перемещению вдоль горизонтальной плоскости и, следовательно, реакцию  $\vec{R}_B$  следует направить перпендикулярно этой плоскости, то есть эта реакция известна по направлению, но неизвестна по величине.

Приведенные выше действия можно назвать составление эквивалентной силовой или расчетной схемы.

Таким образом, в задаче имеется три неизвестных скалярных величины:  $X_A, Y_A, R_B$ . Поскольку для произвольной плоской системы сил имеется три независимых уравнения равновесия, данная задача является статически определимой.

Поскольку на балку действует произвольная плоская система параллельных сил, поэтому горизонтальная составляющая неизвестной реакции в точке  $A$  –  $X_A$  будет равна нулю, а  $Y_A = R_A$ .

Заданная схема балки варианта № \_\_\_\_\_



Если при решении задачи получены отрицательные значения *опорных реакций*, то это означает, что реакции связей направлены противоположно показанным на силовой схеме направлениям этих векторов.

Выполним проверку правильности решения задачи, для этого составим уравнение суммы проекций всех сил системы на ось  $Y$ , подставим все найденные величины, если все члены левой части уравнения сократятся, то задача решена верно.

$$\sum Y_i = 0; \underline{\hspace{15em}}$$

---

---

---

---

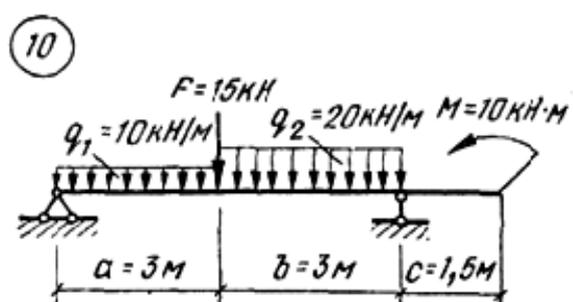
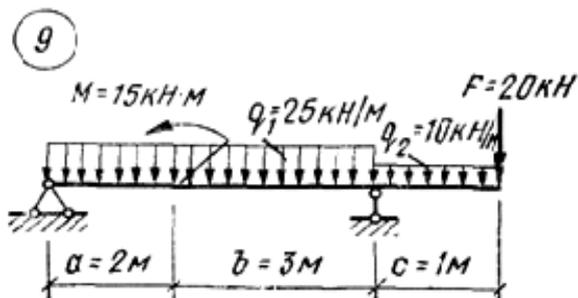
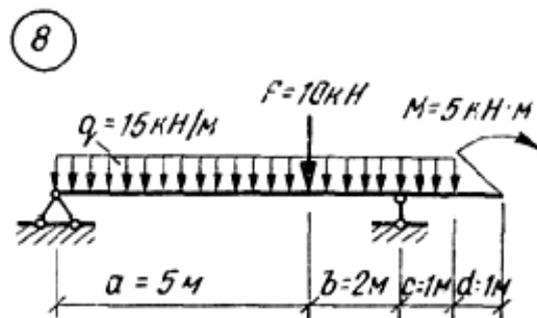
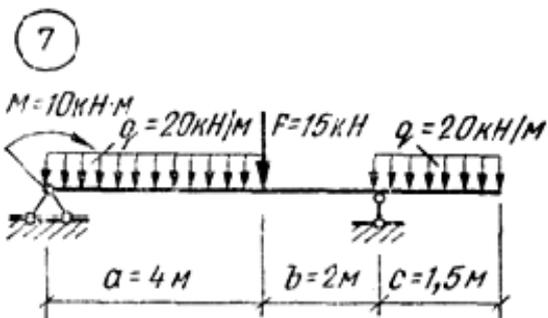
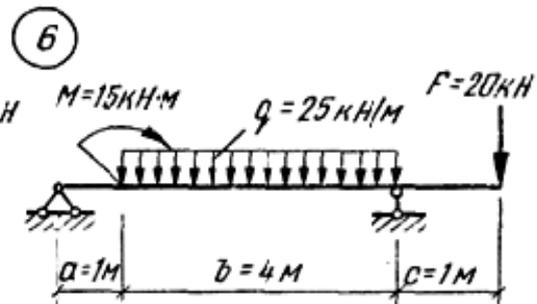
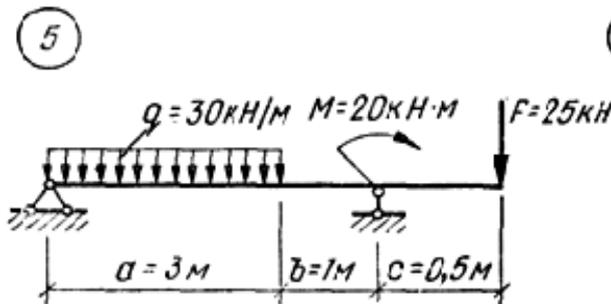
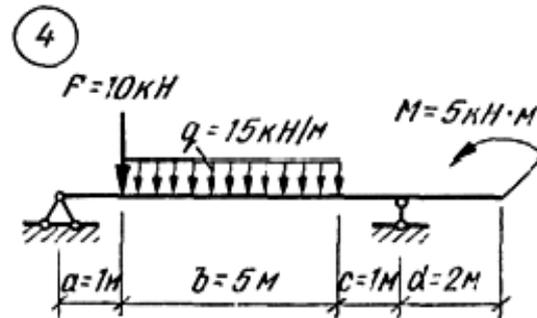
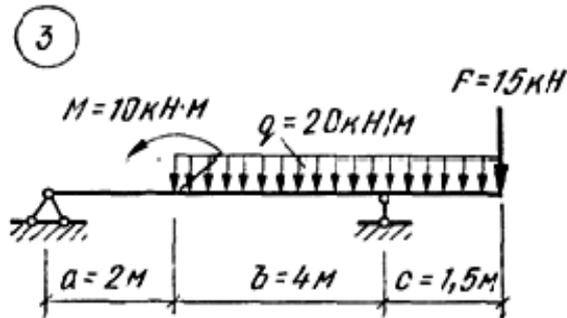
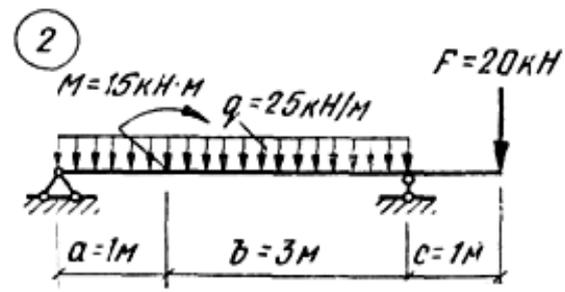
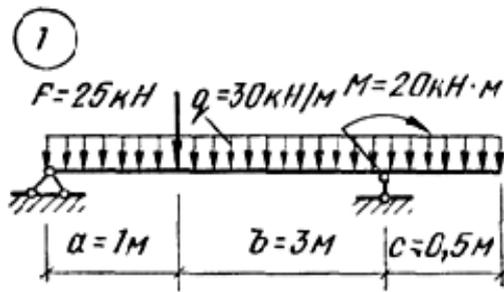
---

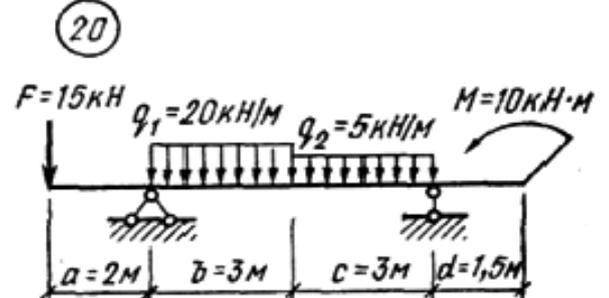
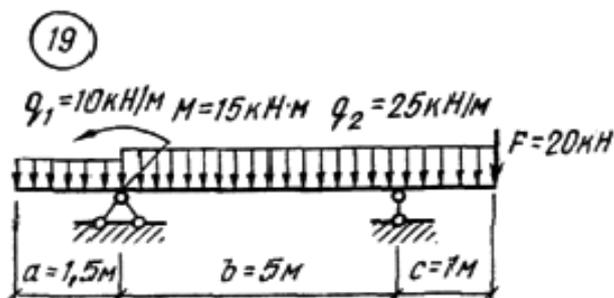
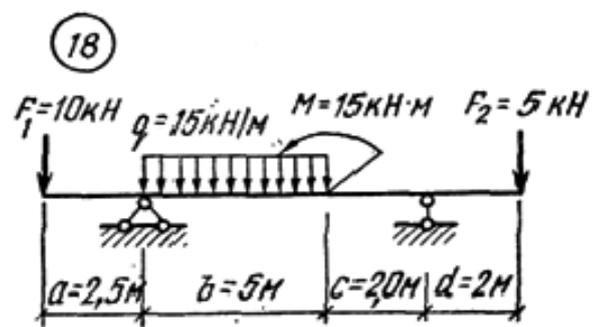
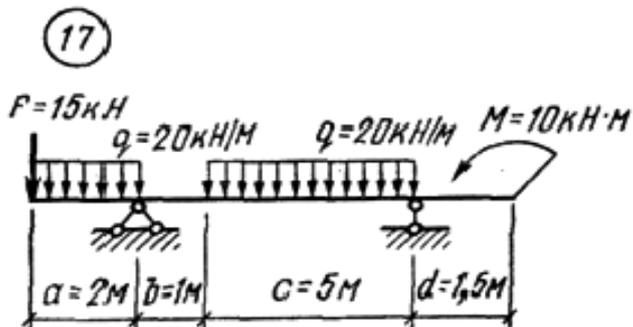
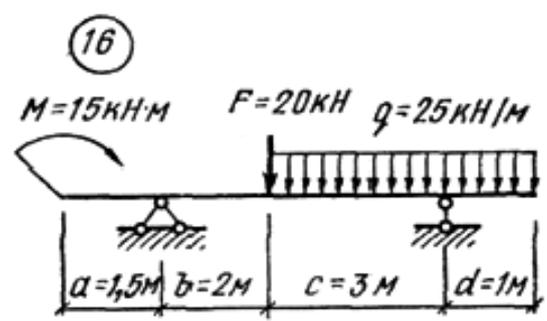
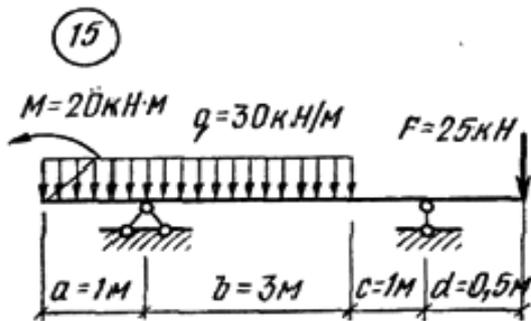
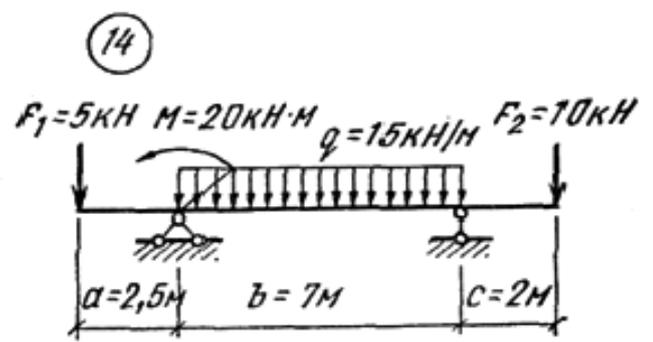
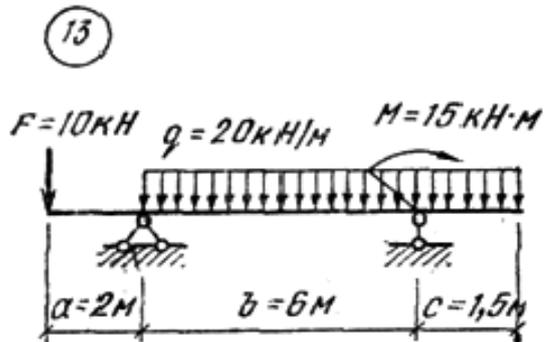
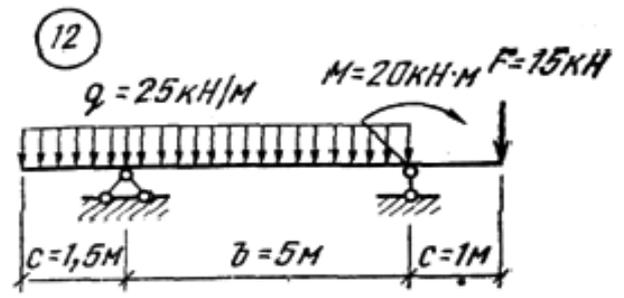
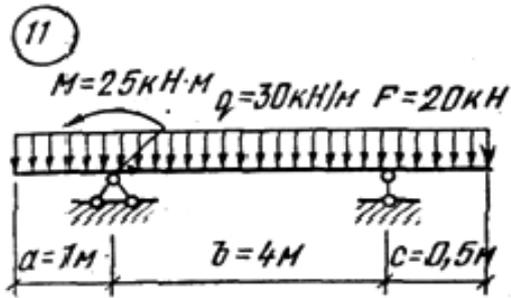
---

**Ответ:**  $R_a = \underline{\hspace{2em}} \text{ кН}; R_b = \underline{\hspace{2em}} \text{ кН}.$

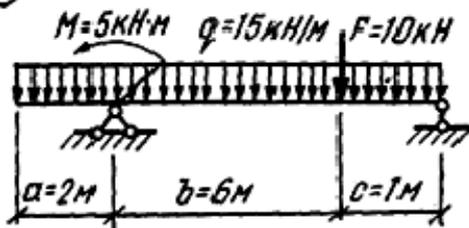
## Схемы вариантов

## (Рисунок 2)

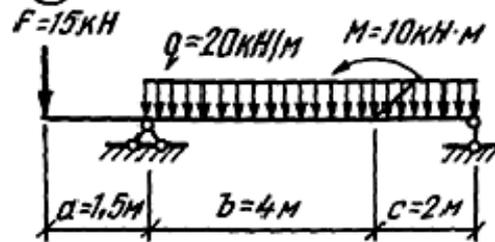




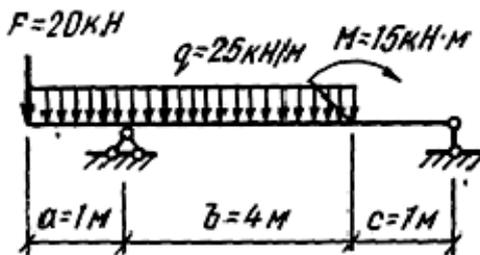
21



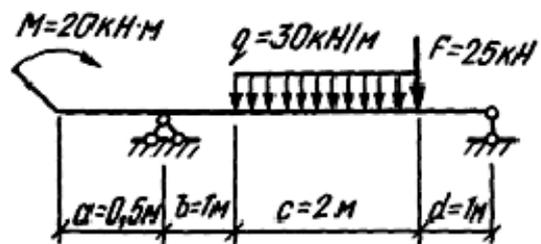
22



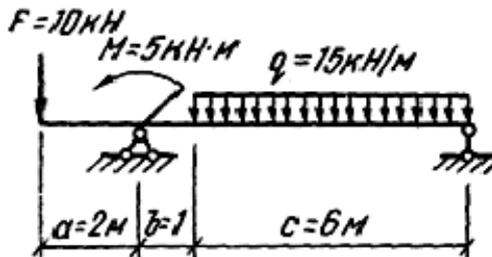
23



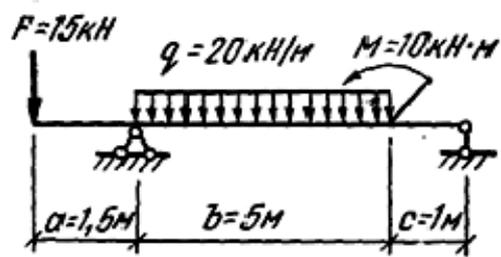
24



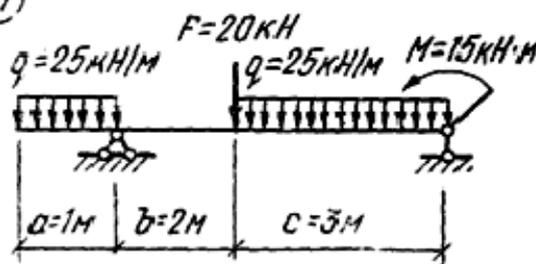
25



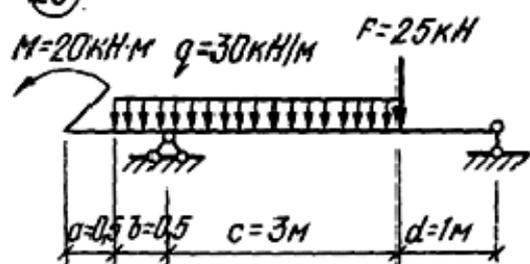
26



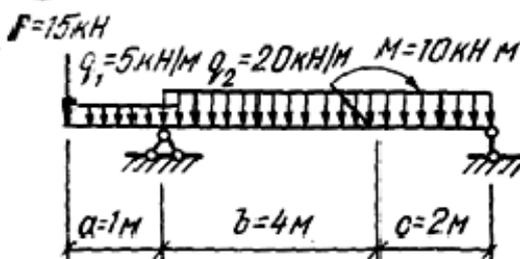
27



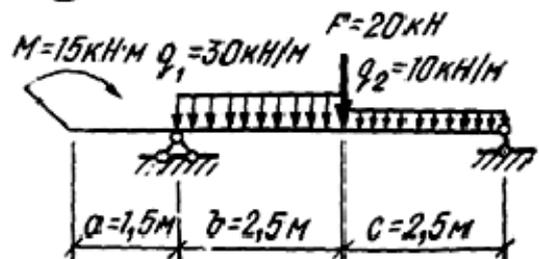
28



29

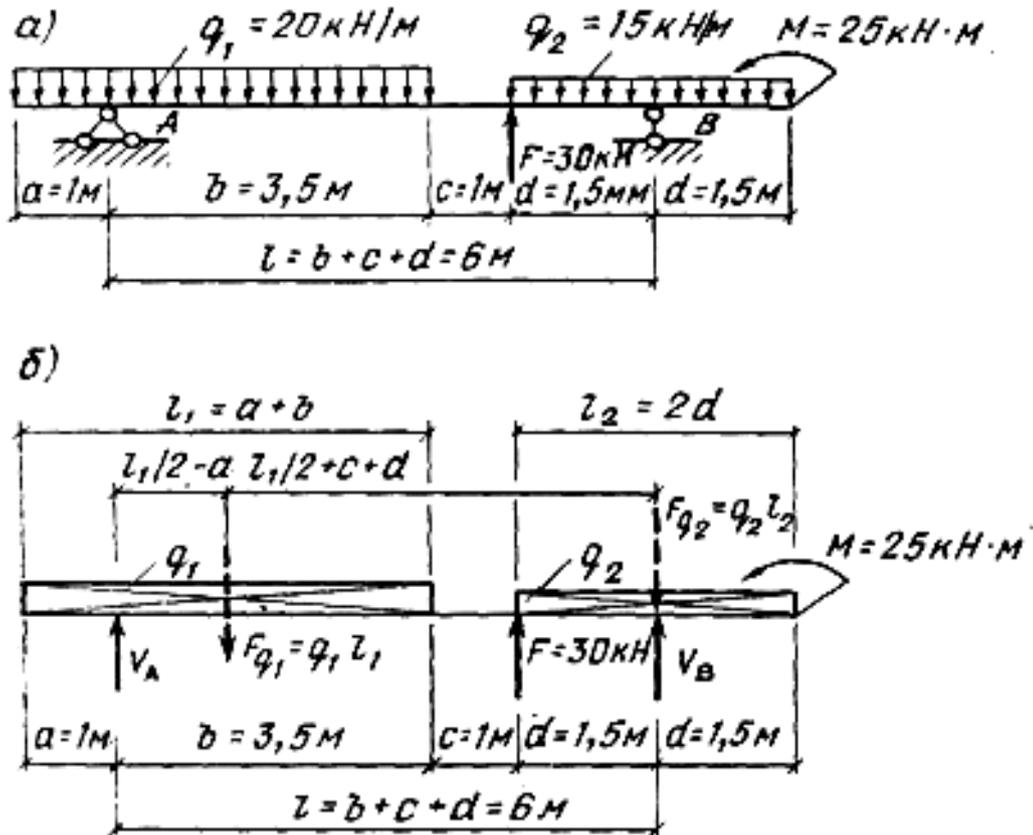


30



### Пример решения задачи № 2

Определить опорные реакции балки, изображенной на рисунке. Выполнить проверку решения.



**Решение:** Заменяем распределенную нагрузку равнодействующей. На балку действуют нагрузки разной интенсивности, поэтому для каждой из них найдем равнодействующую:

$$F_{q_1} = q_1 l_1 = 20 \cdot 4,5 = 90 \text{ кН}; \quad F_{q_2} = q_2 l_2 = 15 \cdot 3 = 45 \text{ кН},$$

где  $l_1 = a + b = 1 + 3,5 = 4,5 \text{ м}; \quad l_2 = d + d = 1,5 + 1,5 = 3 \text{ м}.$

Укажем расстояния от этих сил до каждой из опор.

Обозначим опоры A и B.

Укажем опорные реакции  $V_A$  и  $V_B$ .

*Составляем уравнения равновесия.*

- Первое уравнение для нашей задачи примет вид:

$$\sum M_A = 0;$$

$$F_{q_1} (l_1/2 - a) - F (b + c) + F_{q_2} l - V_B l - M = 0,$$

откуда

$$V_B = [F_{q_1} (l_1/2 - a) - F (b + c) + F_{q_2} l - M] / l = \\ = \frac{90 (4,5/2 - 1) - 30 (3,5 + 1) + 45 \cdot 6 - 25}{6} = 37,1 \text{ кН.}$$

- Второе уравнение примет вид:

$$\sum M_B = 0;$$

$$V_A l - F_{q_1} (d + c + l_1/2) + Fd - M = 0,$$

откуда

$$V_A = [F_{q_1} (d + c + l_1/2) - Fd + M] / l = \\ = \frac{90 (1,5 + 1 + 4,5/2) - 30 \cdot 1,5 + 25}{6} = 67,9 \text{ кН.}$$

*Выполним проверку, используя уравнение*

$\sum y = 0$ , которое примет вид:

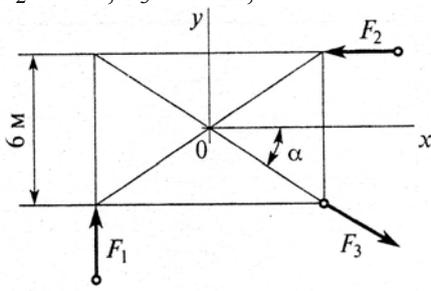
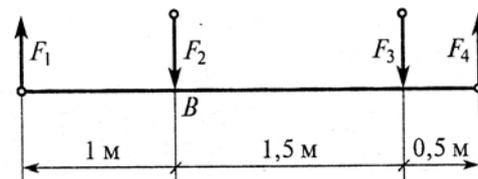
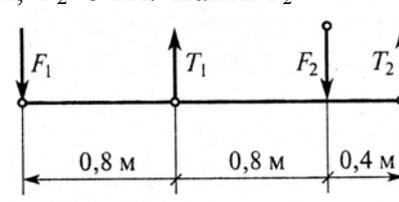
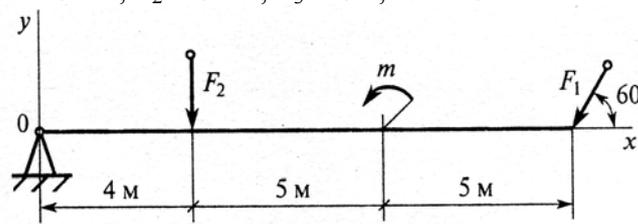
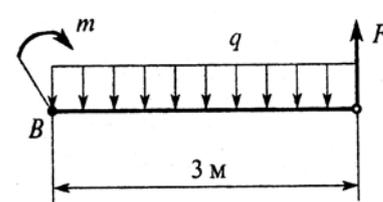
$$V_A - F_{q_1} + F + V_B - F_{q_2} = 0, \\ \text{или } 67,9 - 90 + 30 + 37,1 - 45 = 0, \text{ откуда } 135 - 135 = 0.$$

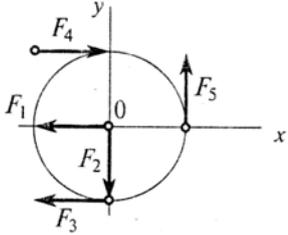
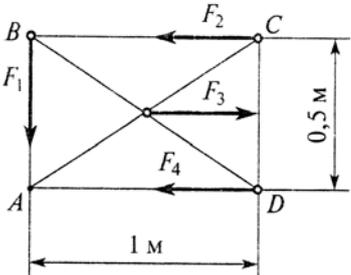
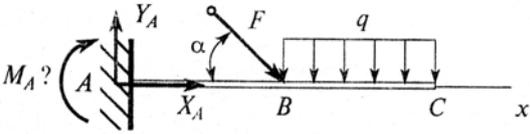
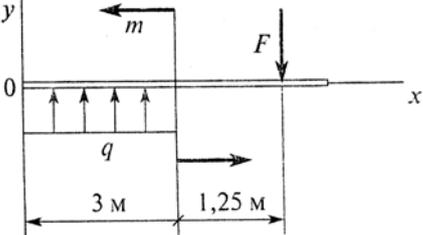
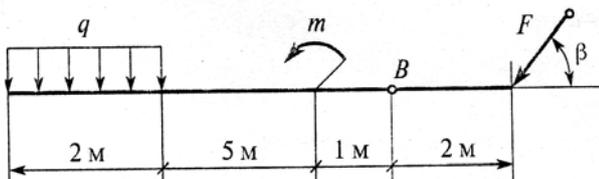
*Таким образом реакции опор определены верно..*

**Ответ:**  $V_A = 67,9 \text{ кН}$ ,  $V_B = 37,1 \text{ кН}$ .

## Контрольные тесты к теме 2.

### Произвольная плоская система сил.

Вопросы	Ответы	Код
<p>1. Найти главный вектор системы сил  <math>F_1 = 3\text{ Н}</math>; <math>F_2 = 4\text{ Н}</math>; <math>F_3 = 10\text{ Н}</math>; <math>\alpha = 30^\circ</math></p> 	5 кН	1
	2,2 кН	2
	7,3 кН	3
	2,5 кН	4
<p>2. Найти главный момент системы, если центр приведения находится в точке B  <math>F_1 = 2\text{ Н}</math>; <math>F_2 = 4\text{ Н}</math>; <math>F_3 = 6\text{ Н}</math>; <math>F_4 = 4\text{ Н}</math>;</p> 	7,3 Н·м	1
	1,3 Н·м	2
	9 Н·м	3
	3 Н·м	4
<p>3. К брусу приложена уравновешенная система сил, две из которых неизвестны.  <math>F_1 = 10\text{ кН}</math>; <math>F_2 = 5\text{ кН}</math>. Найти <math>T_2</math></p> 	- 7,3 кН	1
	5 кН	2
	- 3,3 кН	3
	10 кН	4
<p>4. Определить алгебраическую сумму моментов сил относительно точки O.  <math>F_1 = 6\text{ кН}</math>; <math>F_2 = 6\text{ кН}</math>; <math>F_3 = 6\text{ Н}</math>; <math>m = 40\text{ кН}\cdot\text{м}</math></p> 	8,8 кН·м	1
	56,7 кН·м	2
	103 кН·м	3
	33,8 кН·м	4
<p>5. Найти <math>\sum m_B(F_k)</math>  <math>m = 2\text{ Н}\cdot\text{м}</math>  <math>q = 2\text{ Н/м}</math>  <math>F = 2\text{ Н}</math></p> 	5 Н·м	1
	10 Н·м	2
	19 Н·м	3
	16 Н·м	4

Вопросы	Ответы	Код
<p>6. . Найти главный вектор системы сил, если <math>F_1=6\text{ Н}</math>; <math>F_2=2\text{ Н}</math>; <math>F_3=3\text{ Н}</math>; <math>F_4=9\text{ Н}</math>; <math>F_5=2\text{ Н}</math>. Круг <math>\varnothing=1\text{ м}</math></p> 	8 Н	1
	2 Н	2
	0	3
	6 Н	4
<p>7. Определить алгебраическую сумму моментов системы сил относительно точки В <math>F_1=5\text{ Н}</math>; <math>F_2=4\text{ Н}</math>; <math>F_3=16\text{ Н}</math>; <math>F_4=6\text{ Н}</math></p> 	11 Н·м	1
	4 Н·м	2
	3 Н·м	3
	1 Н·м	4
<p>8. Каким уравнением равновесия следует воспользоваться, чтобы сразу найти <math>M_A</math>, зная <math>F</math>; <math>q</math>; <math>\alpha</math></p> 	$\sum F_{kx} = 0$	1
	$\sum F_{ky} = 0$	2
	$\sum m_A(F_k) = 0$	3
	$\sum m_C(F_k) = 0$	4
<p>9. Определить алгебраическую сумму проекций сил на ось Oy <math>F=6\text{ Н}</math>, <math>T=5\text{ Н}\cdot\text{м}</math>, <math>q=3\text{ Н/м}</math></p> 	6 Н	1
	10 Н	2
	1 Н	3
	3 Н	4
<p>10. Определить алгебраическую сумму моментов сил относительно точки В <math>m=8\text{ кН}\cdot\text{м}</math>; <math>F=3\text{ кН}</math>; <math>q=2\text{ кН/м}</math>; <math>\beta=30^\circ</math></p> 	36 кН·м	1
	6 кН·м	2
	30 кН·м	3
	33 кН·м	4

### Расчетно-графическая работа №3. Вариант №\_\_

**Тема:** Определение положения центра тяжести сечения, составленного из стандартных профилей прокатной стали.

**Цель:** Овладеть методикой определения положения центра тяжести составного сечения.

**Теоретические сведения:**

#### *Центр тяжести тел.*

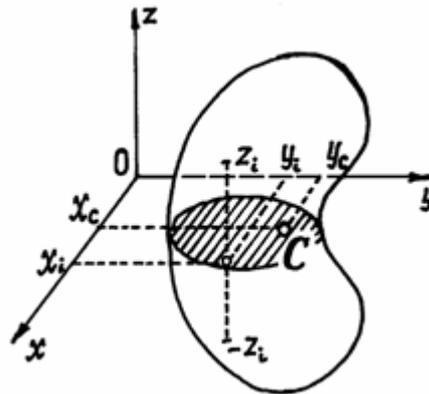
На все точки тела, находящегося вблизи поверхности Земли, действуют силы тяжести этих точек или их вес  $P_i$ . Вообще эти силы будут сходящимися, линии действия их пересекаются в центре Земли. Но, если пренебречь размерами тела в сравнении с размерами Земли, то можно считать их параллельными.

Центр этих параллельных сил, сил тяжести точек, называется *центром тяжести* тела.

Значит, находить центр тяжести тел можно как центр параллельных сил. Например, координаты его

$$x_c = \frac{\sum P_i x_i}{P}; \quad y_c = \frac{\sum P_i y_i}{P}; \quad z_c = \frac{\sum P_i z_i}{P};$$

где  $P_i$  – вес каждой точки тела, а  $P = \sum P_i$  – вес всего тела.



При определении центра тяжести полезны несколько теорем.

1) Если однородное тело имеет ось симметрии, то центр тяжести тела находится на этой оси.

Действительно, в этом случае, если ось  $z$  провести по оси симметрии, для каждой точки с координатами  $x_i, y_i, z_i$  можно отыскать точку с координатами  $-x_i, -y_i, z_i$  и координаты  $x_c$  и  $y_c$ , вычисленные по формулам для определения координат центра параллельных сил, окажутся равными нулю.

Аналогично доказывается и вторая теорема.

2) Если однородное тело имеет центр симметрии, то центр тяжести тела находится в этой точке.

3) Если тело состоит из однородных пластин одинаковой, малой толщины, то объём каждой пластины  $V_i = S_i \cdot d$ , где  $S_i$  – площадь пластины,  $d$  – толщина. И координаты центра тяжести будут определяться только с помощью площадей:

$$x_c = \frac{\sum S_i x_i}{S}, \quad y_c = \frac{\sum S_i y_i}{S}, \quad z_c = \frac{\sum S_i z_i}{S},$$

где  $x_i, y_i, z_i$  – координаты центра тяжести отдельных пластин;  $S = \sum S_i$  – общая площадь тела.

### *Координаты центров тяжести однородных тел.*

Центр тяжести однородного тела зависит только от его геометрической формы, поэтому если тело представляет собой однородную плоскую и тонкую пластину, то для неё

$$x_c = \frac{\sum s_k x_k}{S}, \quad y_c = \frac{\sum s_k y_k}{S},$$

где  $S$  – площадь всей пластины, а  $s_k$  – площади ее частей.

Точку, координаты которой определяются формулами, называют центром тяжести площади  $S$ .

Точно так же получаются формулы для координат центра тяжести линии:

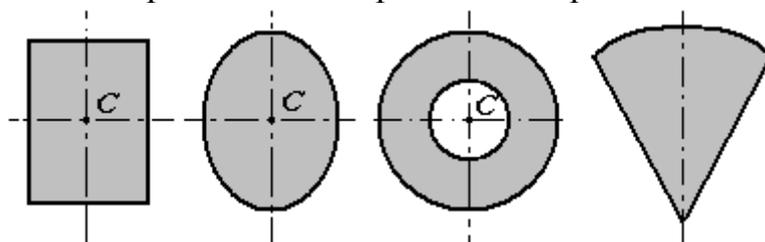
$$x_c = \frac{\sum l_k x_k}{L}, \quad y_c = \frac{\sum l_k y_k}{L}, \quad z_c = \frac{\sum l_k z_k}{L},$$

где  $L$  – длина всей линии,  $l$  – длины ее частей.

Таким образом, центр тяжести однородного тела определяется, как центр тяжести соответствующего объема, площади или линии.

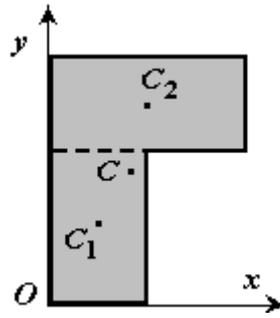
### *Способы определения координат центра тяжести.*

Исходя из полученных выше общих формул, можно указать конкретные способы определения координат центров тяжести тел.



1. **Симметрия.** Если однородное тело имеет плоскость, ось или центр симметрии, то его центр тяжести лежит соответственно в плоскости симметрии, оси симметрии или в центре симметрии.

2. **Разбиение.** Тело разбивается на конечное число частей, для каждой из которых положение центра тяжести и площадь известны.



$$\begin{aligned}
 & C_1(x_1, y_1), S_1 \\
 & C_2(x_2, y_2), S_2 \\
 x_c &= \frac{x_1 \cdot S_1 + x_2 \cdot S_2}{S_1 + S_2} \\
 y_c &= \frac{y_1 \cdot S_1 + y_2 \cdot S_2}{S_1 + S_2} \\
 & S = S_1 + S_2
 \end{aligned}$$

**Задание:** Определить координаты центра тяжести плоского сечения, составленного из стандартных профилей прокатной стали. Данные для своего варианта взять на схеме вариантов (рисунок 3).

### Методические указания к решению задачи.

При решении задачи рекомендуется придерживаться следующего порядка определения положения *центра тяжести сечения*.

1. *Разбиваем сечение на простые фигуры.* В задачах для самостоятельной работы такими фигурами являются стандартные профили проката, размеры которых определяем из таблиц ГОСТ прокатной стали (см. приложения). Обычно обозначают профили прокатной стали, образующие сечение, цифрами 1, 2, 3.

2. *Указываем центры тяжести каждого профиля (фигуры) и обозначаем их  $C_1, C_2 \dots C_n$*  используя таблицы ГОСТов. (см. приложение).

3. *Выбираем систему координатных осей.* В задачах для самостоятельной работы все сечения имеют одну ось симметрии, поэтому рекомендуется одну из координатных осей совмещать с ней. Вторую ось координат направляют перпендикулярно к первой так, чтобы она пересекала центры тяжести одной или большого числа фигур. При этом начало координат может совпадать с центром тяжести одной из фигур или не совпадать с ним. Вторую ось можно направить так, чтобы она прошла через нижнюю (крайнюю) точку сечения. В первом случае вычисления окажутся более простыми.

4. *Выписываем формулы для определения координат центра тяжести сечения:*

$$1) x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_n x_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n};$$

$$2) y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + \dots + A_n y_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}.$$

Пользуясь таблицами ГОСТов, определяем площади профилей проката  $A_1, A_2 \dots A_n$ , координаты их центров тяжести  $x_1, x_2 \dots x_n$ , и  $y_1, y_2 \dots y_n$  относительно выбранных осей координат. Количество слагаемых в числителе и знаменателе формул зависит от числа профилей, из которых состоит сечение. Полученные величины подставляют в формулу и находят  $X_c$  и  $Y_c$ .

Следует помнить, что, если координатная ось  $x$  совмещена с осью симметрии, то координата  $Y_c = 0$ , а если ось  $y$  совмещена с осью симметрии, то  $X_c = 0$ .

5. *Указывают положение центра тяжести на рисунке*, придерживаясь определенного масштаба, и показывают расстояние от центра тяжести до координатных осей.

6. *Выполняют проверку правильности решения*, для чего можно изменить положение координатных осей (или одной оси) и найти координаты центра тяжести относительно новых осей. Положение центра тяжести не зависит от того, как выбрана система координатных осей.

**Решение:** Из теории известно, что номер профиля проката соответствует наибольшему габаритному размеру его сечения, выраженного в сантиметрах.

Заданное сечение составлено из \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ и представляет собой фигуру, симметричную относительно оси \_\_\_\_\_, следовательно, центр тяжести сечения лежит на этой оси, т.е. \_\_\_\_\_ = 0. Координаты центра тяжести всего сечения определяем по формулам:

$$X_c = \sum A_i * X_i / A; \quad Y_c = \sum A_i * Y_i / A, \quad (1)$$

где  $A_i$  – площадь сечения элементарного профиля проката;

$X_i; Y_i$  – координаты центров тяжести элементарных профилей проката;

$A$  – площадь всего сечения.

Чтобы воспользоваться этими формулами, площадь сечения делим на отдельные элементарные профили проката, положения центров тяжести которых известны.

В данном случае такими частями являются: \_\_\_\_\_

---

Определим площади и координаты центров тяжести заданных профилей проката по справочнику (таблицы сортамента прокатной стали в приложении):

Наименование профиля	Площадь сечения, <i>см<sup>2</sup></i>	Координаты центра тяжести, <i>см</i>	
		<i>X</i>	<i>Y</i>
	$A_1 =$	$X_1 =$	$Y_1 =$
	$A_2 =$	$X_2 =$	$Y_2 =$
	$A_3 =$	$X_3 =$	$Y_3 =$
	$A_4 =$	$X_4 =$	$Y_4 =$

По формулам (1) вычисляем координаты центра тяжести всего сечения:

$$X_c = \sum A_i * X_i / A =$$

$$Y_c = \sum A_i * Y_i / A =$$

Выполним проверку правильности решения, для этого изменим положение координатных осей: ось \_\_\_\_\_ перенесем в положение \_\_\_\_\_ и определим координаты центра тяжести сечения относительно новых осей.

---



---



---



---



---



---

$$X_{c1} = \sum A_i * X_i / A =$$

$$Y_{c1} = \sum A_i * Y_i / A =$$

---

---

---

---

---

ОТВЕТ

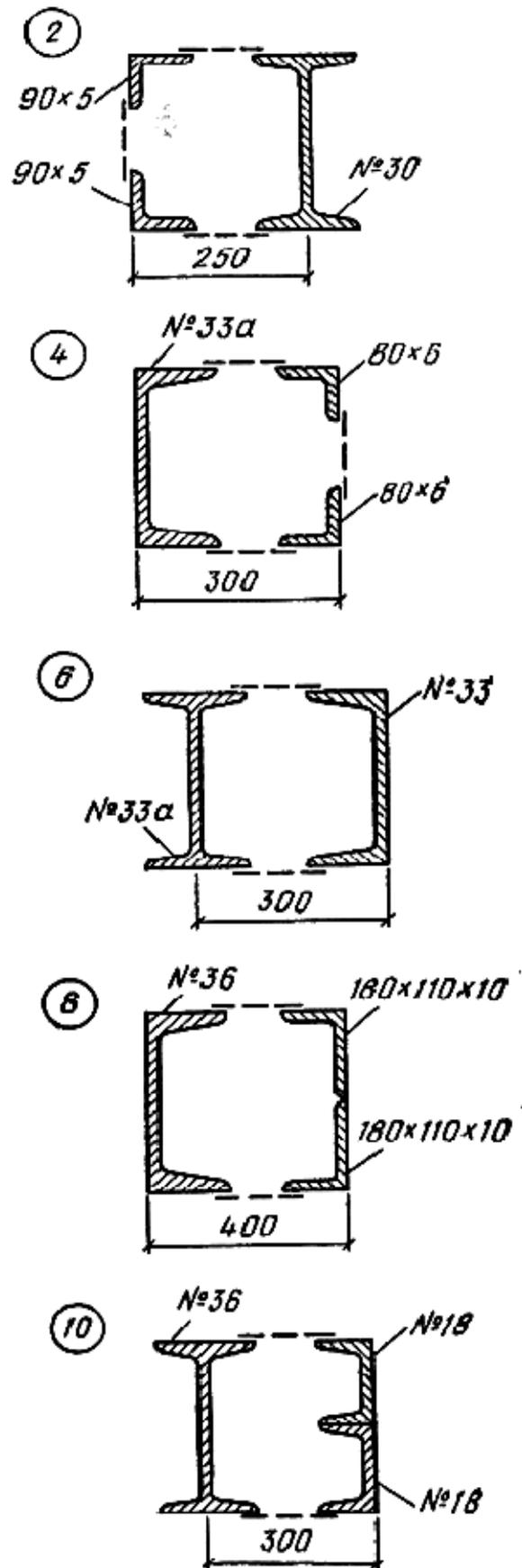
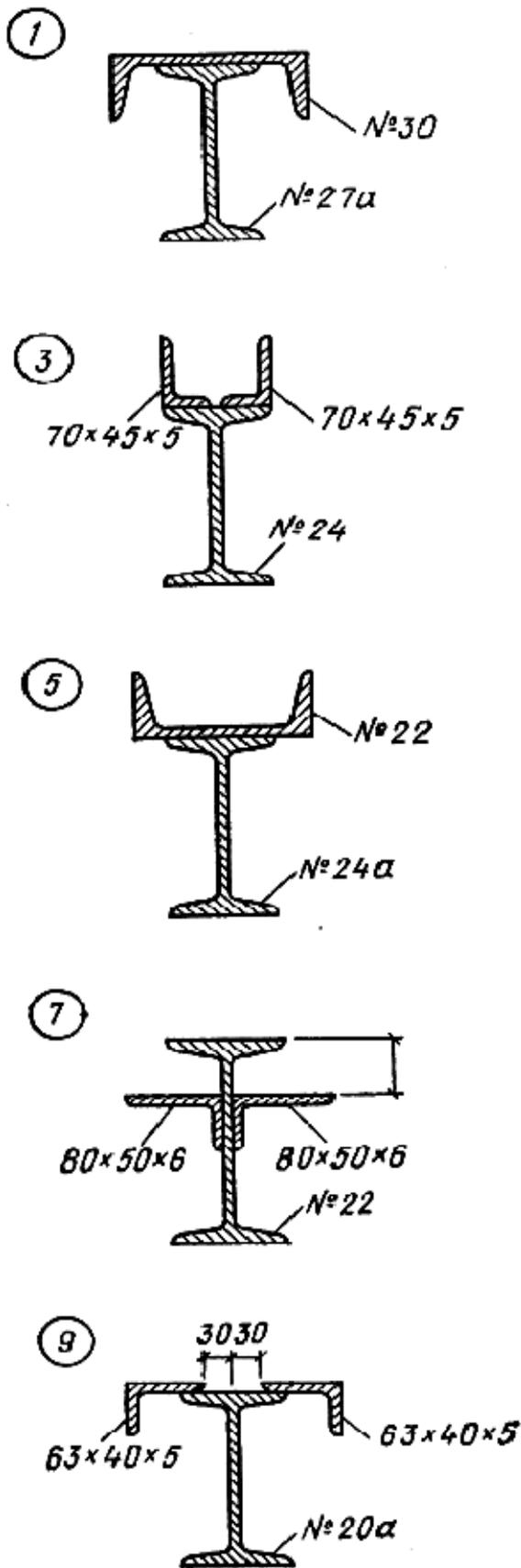
---

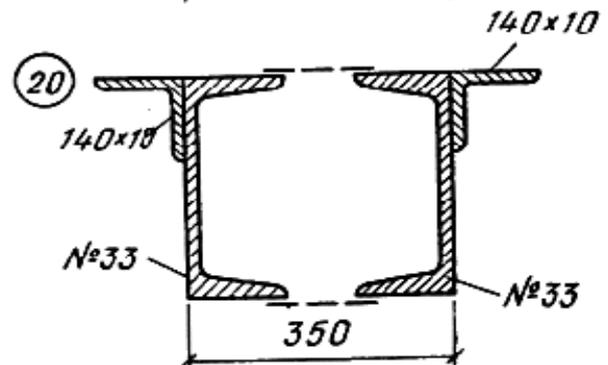
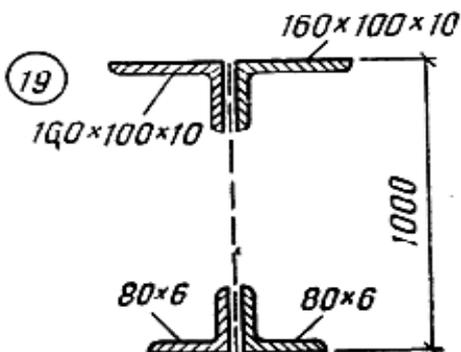
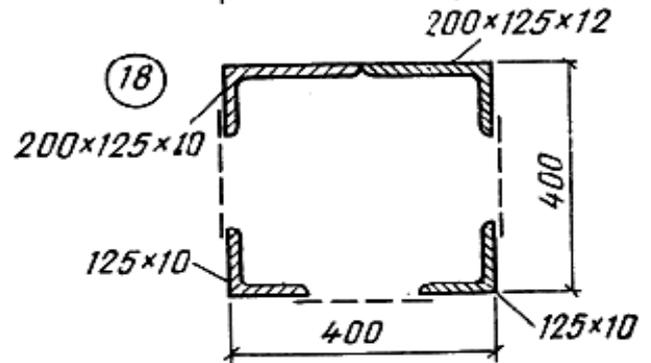
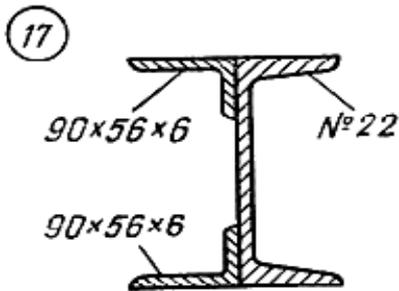
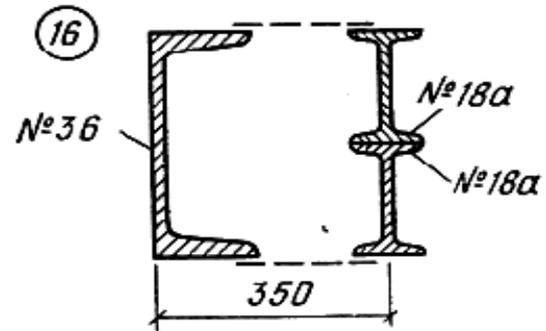
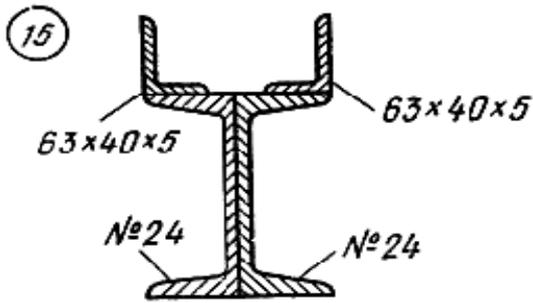
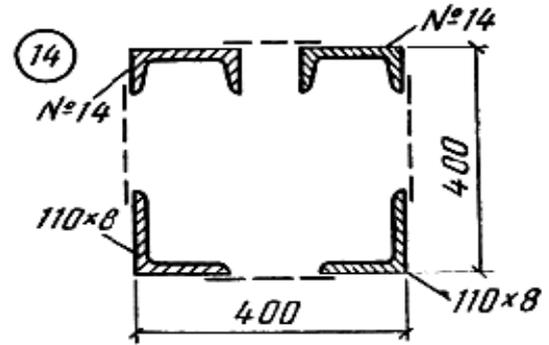
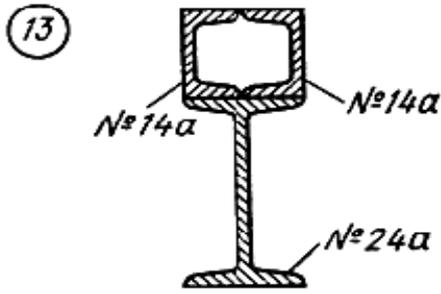
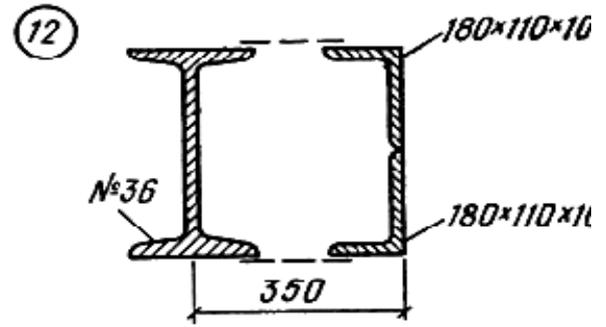
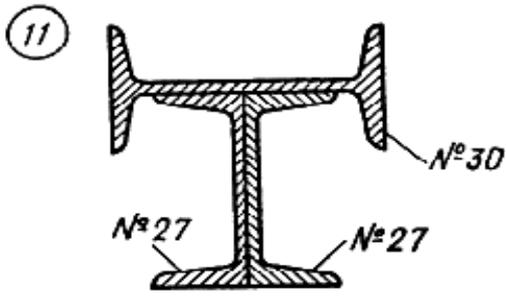
---

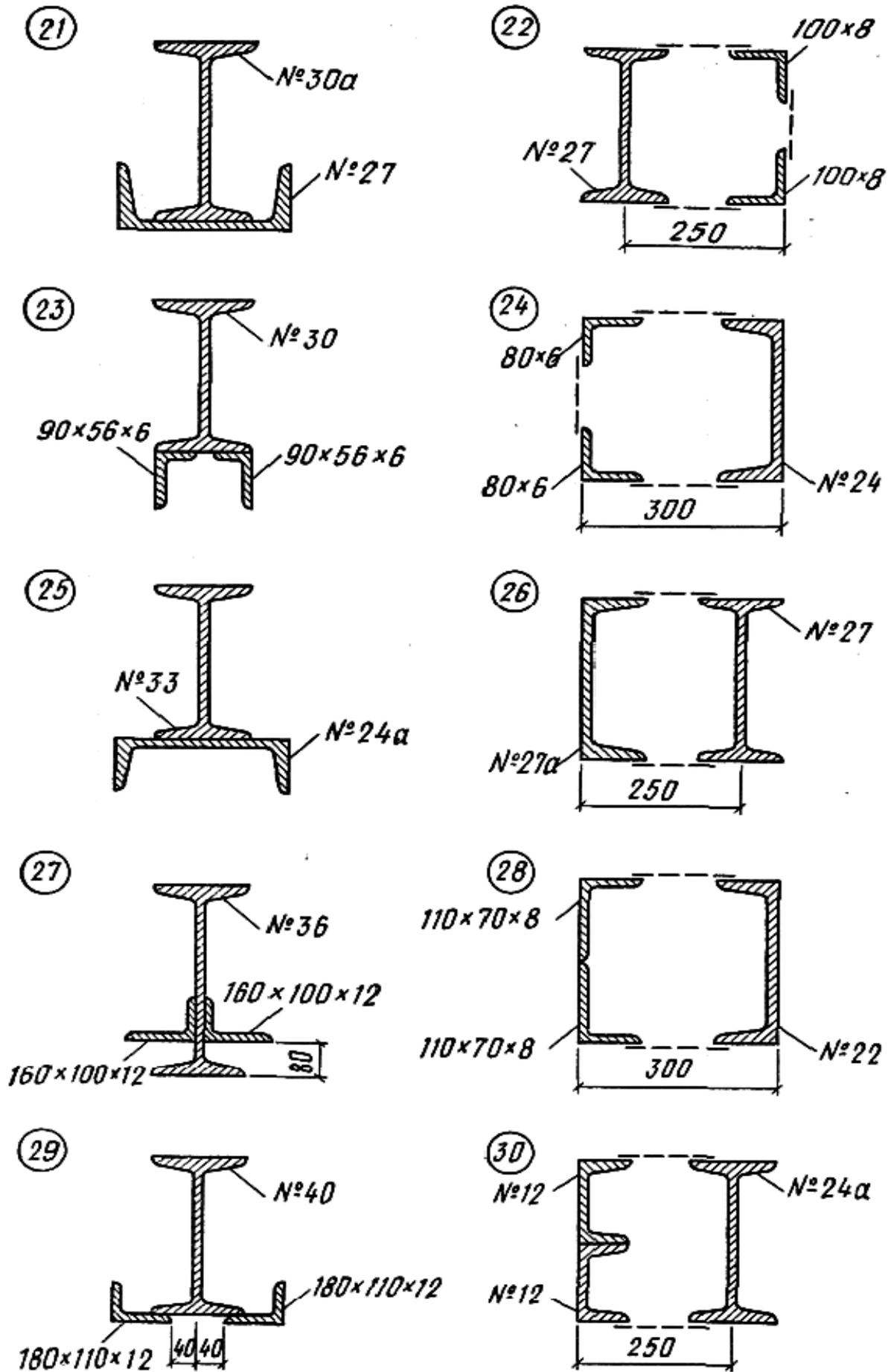
**Схема варианта № \_\_\_\_\_**

## Схемы вариантов

## (Рисунок 3)







### Пример решения задачи.

**Задача 1.** Определить положение центра тяжести фигуры, состоящей из стандартных профилей проката и полосы 120 x 10 мм.

1. Разбиваем сечение на три части: I – полоса, II – двутавр и III – швеллер.

2. Находим площади каждой части, выражая их в  $\text{см}^2$ . Площадь полосы определяем путем перемножения двух данных размеров, а площади двутавра и швеллера – по таблицам из ГОСТа. (см. приложение).

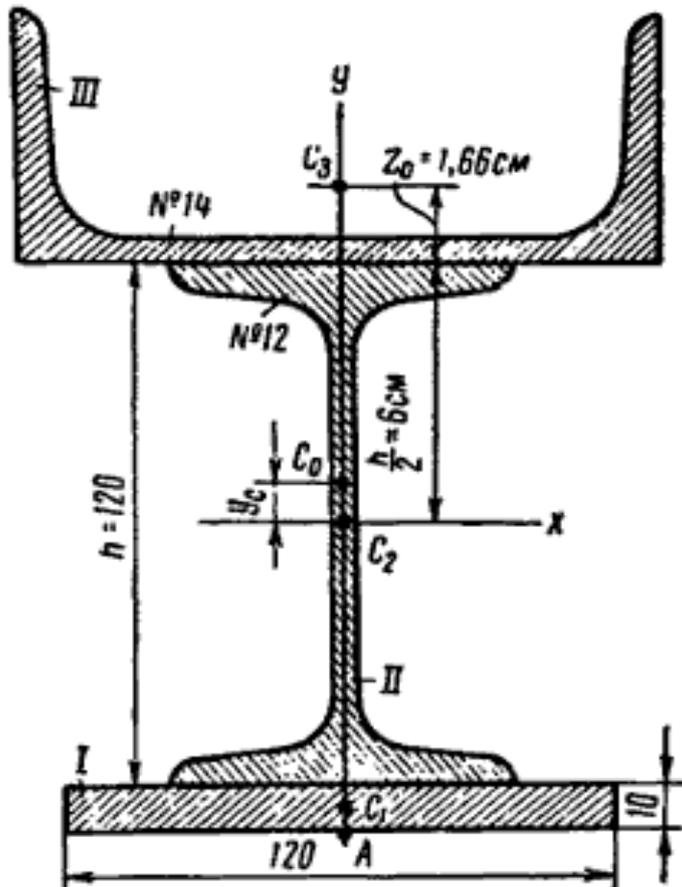


Рис. 187

Наименование профиля	Площадь сечения, $\text{см}^2$	Координаты центра тяжести, см	
		$X$	$Y$
Полоса	$A_1 = 12$	$X_1 = 0$	$Y_1 = -6,5$
Двутавр № 12	$A_2 = 14,7$	$X_2 = 0$	$Y_2 = 0$
Швеллер № 14	$A_3 = 15,7$	$X_3 = 0$	$Y_3 = 7,66$
	$A = 42,4$		

3. Данное сечение имеет вертикальную ось симметрии. Совместим с этой осью ось  $y$ , а ось  $x$  проведем через середину двутавра через точку  $C_2$  – центр тяжести его сечения. Центр тяжести сечения полосы  $C_1$  расположен ниже точки  $C_2$ , принятой в данном случае за начало координат, на расстоянии

$$y_1 = -(h/2 + 0,5) = -6,5 \text{ см.}$$

Центр тяжести швеллера  $C_3$  находим при помощи тех же таблиц из ГОСТа. Положение центра тяжести швеллеров в таблицах обозначено одной координатой  $z_0$ ; для швеллера № 14  $z_0 = 1,66$  см, следовательно,

$$y_3 = h/2 + z_0 = 7,66 \text{ см.}$$

Таким образом,

$$A_1 = 12 \text{ см}^2; C_1(0; -6,5);$$

$$A_2 = 14,7 \text{ см}^2; C_2(0; 0);$$

$$A_3 = 15,7 \text{ см}^2; C_3(0; 7,66).$$

4. Подставляем эти значения в расчетную формулу для ординаты  $y_c$ :

$$y_c = (-12 \cdot 6,5 + 14,7 \cdot 0 + 15,7 \cdot 7,66) / (12 + 14,7 + 15,7) = 42,3 / 42,4 = 1,0 \text{ см.}$$

В выбранных осях положения центра тяжести сечения выражены координатами  $C_0(0; 1)$ .

Это значит, что центр тяжести сечения находится от его нижнего края (от точки А) на расстоянии  $AC_0 = 8$  см.

Для проверки правильности определения  $y_c$  перенесем начало координат в точку А, ось  $X$  проведем горизонтально, по нижнему краю сечения, ось  $Y$  перпендикулярно оси  $X$  вверх. Тогда координаты центра тяжести заданного сечения будут:  $X_c = 0$  (ввиду симметрии);

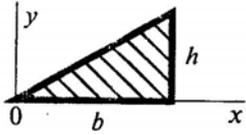
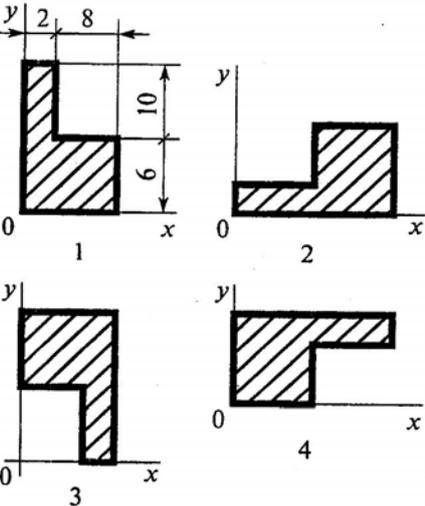
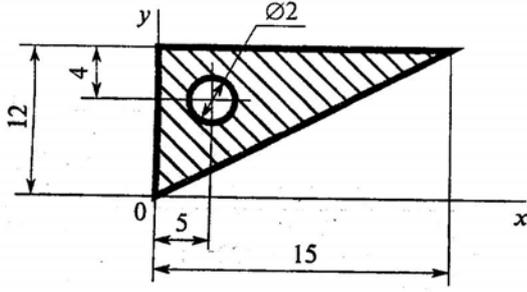
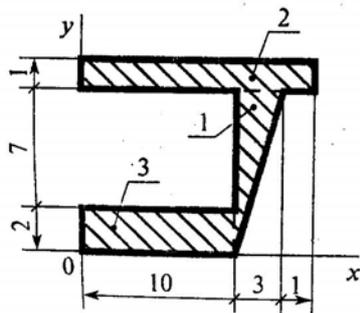
$$Y_c = \frac{A_1 Y_1 + A_2 Y_2 + A_3 Y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = (12 \cdot 0,5 + 14,7 \cdot 6,5 + 15,7 \cdot 14,66) / 42,4 = 8 \text{ см.}$$

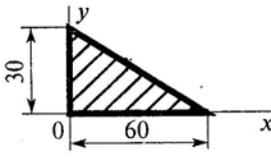
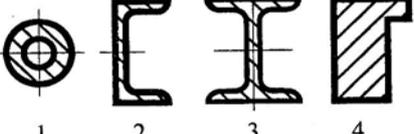
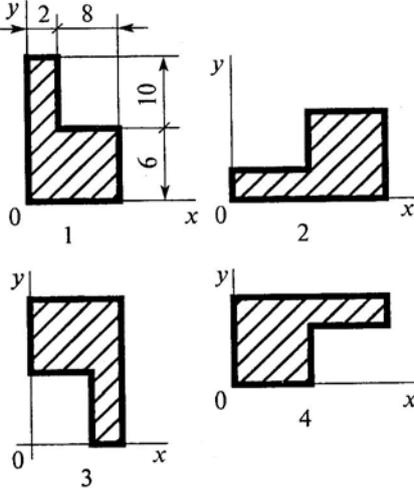
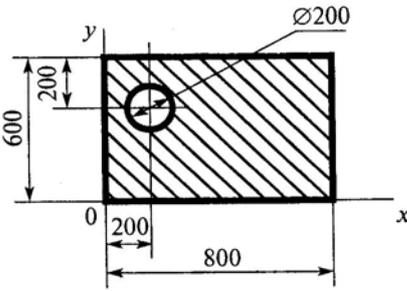
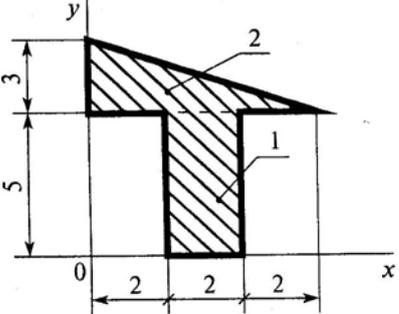
Центр тяжести сечения находится от его нижнего края (от точки А) на расстоянии  $AC_0 = 8$  см.

**Ответ:**  $X_c = 0$ ;  $Y_c = 8$  см. от точки А.

Контрольные тесты к теме № 3

Центр тяжести тела

Вопросы	Ответы	Код
<p>1. Что произойдет с координатами <math>x_C</math> и <math>y_C</math>, если увеличить высоту треугольника вдвое?</p> 	<p>изменится и <math>x_C</math>, и <math>y_C</math></p> <p>изменится только <math>x_C</math></p> <p>изменится только <math>y_C</math></p> <p><math>x_C</math> и <math>y_C</math> не изменятся</p>	<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>
<p>2. В каком случае для определения положения центра тяжести необходимо выбрать две координаты центра тяжести по ГОСТ?</p>		<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>
<p>3. В каком случае координата центра тяжести фигуры <math>y_C = 6</math> мм?</p>		<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>
<p>4. Определить координаты центра тяжести фигуры</p> 	<p>10; 4</p> <p>5; 4</p> <p>4; 8</p> <p>5; 8</p>	<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>
<p>5. Определить координаты центра тяжести для фигуры 2</p> 	<p>7; 9,5</p> <p>11; 3</p> <p>7; 5</p> <p>10; 3</p>	<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>

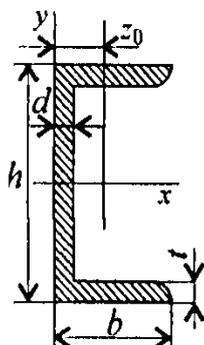
Вопросы	Ответы	Код
<p>1. Что произойдет с координатами <math>x_C</math> и <math>y_C</math>, если увеличить величину основания треугольника до 90 мм?</p> 	<p><math>x_C</math> и <math>y_C</math> не изменятся</p> <p>изменится только <math>x_C</math></p> <p>изменится только <math>y_C</math></p> <p>изменится и <math>x_C</math>, и <math>y_C</math></p>	<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>
<p>2. В каком случае для определения положения центра тяжести необходимо определить две координаты расчетным путем?</p>		<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>
<p>3. В каком случае координата центра тяжести фигуры <math>y_C = 4</math> мм?</p>		<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>
<p>4. Определить координату <math>x_C</math> центра тяжести фигуры</p> 	<p>250 мм</p> <p>230 мм</p> <p>188 мм</p> <p>414 мм</p>	<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>
<p>5. Определить координаты центра тяжести для фигуры 2</p> 	<p>2; 1</p> <p>2; 6</p> <p>1; 5</p> <p>3; 4</p>	<p>1</p> <p>2</p> <p>3</p> <p>4</p>

### **Контрольные вопросы для проверки усвоения материала.**

1. Дайте определение абсолютно твердого тела и материальной точки.
2. Что такое сила? Охарактеризуйте эту физическую величину и единицу ее измерения в системе СИ.
3. Перечислите и охарактеризуйте основные аксиомы статики.
4. Что такое "эквивалентная", "равнодействующая" и "уравновешивающая" система сил?
5. Теорема о равновесии плоской системы трех непараллельных сил.
6. В чем разница между активными силами (нагрузками) и реактивными силами (реакциями)? Перечислите и охарактеризуйте наиболее распространенные виды связей между несвободными телами.
7. В чем разница между распределенной и сосредоточенной нагрузкой? Что такое "интенсивность" плоской системы распределенных сил и в каких единицах она измеряется?
8. Сформулируйте принцип отвердевания и поясните его сущность.
9. Что такое "плоская система сходящихся сил"? Определение равнодействующей плоской системы сил геометрическим и графическим методом.
10. Сформулируйте условия равновесия плоской системы произвольно расположенных сил.
11. Что такое момент силы относительно точки и в каких единицах (в системе СИ) он измеряется? Что такое момент пары сил и какие пары сил считаются эквивалентными?
12. Сформулируйте основные свойства пары сил.
13. Сформулируйте теорему о сложении пар сил. Сформулируйте условие равновесия плоской системы пар.
14. Сформулируйте теорему о параллельном переносе силы.
15. Сформулируйте теорему о приведении системы произвольно расположенных сил к данному центру. Что такое главный момент плоской системы произвольно расположенных сил?
16. Перечислите свойства главного вектора и главного момента системы произвольно расположенных сил.
17. Сформулируйте теорему о моменте равнодействующей системы сил (теорема Вариньона).
18. Сформулируйте условия равновесия пространственной системы произвольно расположенных сил.
19. Дайте определение центра тяжести тела и опишите основные методы его нахождения.

## ПРИЛОЖЕНИЕ № 1

### Сталь горячекатаная. ШВЕЛЛЕРЫ (по ГОСТ 8240-89)



Обозначения:

$h$  — высота швеллера;  $b$  — ширина швеллера;  $d$  — толщина стенки;  $t$  — средняя толщина полки;  $A$  — площадь швеллера;  $J$  — момент инерции;  $W$  — момент сопротивления;  $i$  — радиус инерции;  $S$  — статический момент полусечения;  $z_0$  — расстояние от оси  $y$  до наружной грани стенки

Таблица 1

№ про- филя	Размеры, мм				$A$ , см <sup>2</sup>	$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см	$z_0$ , см
	$h$	$b$	$d$	$t$									
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,68
16	160	64	5	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80
18	180	70	6,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17	2,04	1,94
20	200	80	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

## БАЛКИ ДВУТАВРОВЫЕ (по ГОСТ 8239-89)

Обозначения:

$h$  — высота балки;  $b$  — ширина балки;  $d$  — толщина стенки;  $t$  — средняя толщина полки;  $A$  — площадь сечения;  $J$  — момент инерции;  $W$  — момент сопротивления;  $i$  — радиус инерции;  $S$  — статический момент полусечения

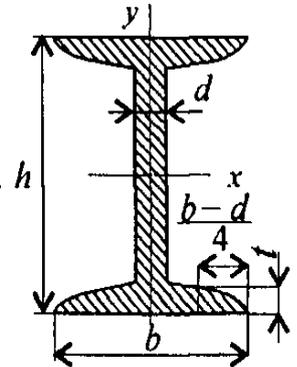
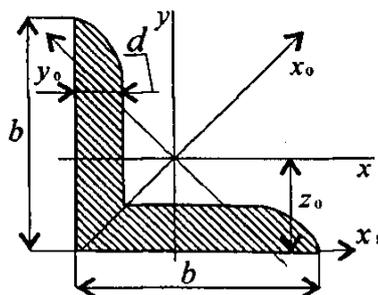


Таблица 2

№ про- филя	Размеры, мм				$A$ , см <sup>2</sup>	$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см
	$h$	$b$	$d$	$t$								
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54

# Сталь прокатная угловая равнополочная.

(по ГОСТ 8509-86)



Обозначения:

$b$  — ширина полки;  $d$  — толщина полки;  $J$  — момент инерции;  $i$  — радиус инерции;  $W$  — момент сопротивления;  $z_0$  — расстояние от центра тяжести до наружной грани полки;  $A$  — площадь уголка

Номер уголка	Размеры, мм		$A$ , см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей								
	$b$	$d$		$x-x$			$x_0-x_0$		$y_0-y_0$			$z_0$ , см <sup>2</sup>
				$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ см	$J_{x0\max}$ , см <sup>4</sup>	$i_{x0\max}$ , см <sup>4</sup>	$J_{y0\min}$ , см <sup>4</sup>	$W_{y0\min}$ , см <sup>3</sup>	$i_{y0\min}$ , см	
2	20	3	1,13	0,40	0,28	0,59	0,63	0,75	0,17	0,20	0,39	0,60
		4	1,46	0,50	0,37	0,58	0,78	0,73	0,22	0,24	0,38	0,64
2,5	25	3	1,43	0,81	0,46	0,75	1,29	0,95	0,34	0,33	0,49	0,73
		4	1,86	1,03	0,59	0,74	1,62	0,93	0,44	0,41	0,48	0,76
2,8	28	3	1,62	1,16	0,58	0,85	1,84	1,07	0,48	0,42	0,55	0,80
3,0	30	3	1,74	1,45	0,67	0,91	2,30	1,15	0,60	0,53	0,59	0,85
		4	2,27	1,84	0,37	0,80	2,92	1,13	0,77	0,61	0,58	0,89
3,2	32	3	1,86	1,77	0,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,59	0,63	0,89
		4	2,43	2,26	1,00	0,96	3,58	1,21	0,94	0,71	0,62	0,94
3,5	35	3	2,04	2,35	0,93	1,07	3,72	1,35	0,97	0,71	0,69	0,97
		4	2,17	3,01	1,21	1,06	4,76	1,33	1,25	0,88	0,68	1,01
3,5	35	5	3,28	3,61	1,47	1,05	5,71	1,32	1,52	1,02	0,68	1,05
4,0	40	3	2,35	3,55	1,22	1,23	5,63	1,55	1,47	0,95	0,79	1,09
		4	3,08	4,58	1,60	1,22	7,26	1,53	1,90	1,19	0,78	1,13
		5	3,79	5,53	1,95	1,21	8,75	1,52	2,30	1,39	0,78	1,17
4,5	45	3	2,65	5,13	1,56	1,39	8,13	1,75	2,12	1,24	0,89	1,21
		4	3,48	6,63	2,04	1,38	10,52	1,74	2,74	1,54	0,89	1,26
		5	4,29	8,03	2,51	1,37	12,74	1,72	3,33	1,81	0,88	1,30
5,0	50	3	2,96	7,11	1,94	1,55	11,27	1,95	2,95	1,57	1,00	1,33
		4	3,89	9,21	2,54	1,54	14,63	1,94	3,80	1,95	0,99	1,38
		5	4,80	11,20	3,13	1,53	17,77	1,92	4,63	2,30	0,98	1,42
		6	5,69	13,07	3,69	1,52	20,72	1,91	5,43	2,63	0,98	1,46
5,6	56	4	4,38	13,10	3,21	1,73	20,79	2,18	5,41	2,52	1,11	1,52

Номер уголка	Размеры, мм		A, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей								
	b	d		x - x			x <sub>0</sub> - x <sub>0</sub>		y <sub>0</sub> - y <sub>0</sub>			z <sub>0</sub> , см <sup>2</sup>
				J <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	i <sub>x</sub> см	J <sub>x0 max</sub> , см <sup>4</sup>	i <sub>x0 max</sub> , см <sup>4</sup>	J <sub>y0 min</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>y0 min</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>y0 min</sub> , см	
6,0	60	5	5,41	15,97	3,96	1,72	25,36	2,16	6,59	2,97	1,10	1,57
		4	4,72	16,21	3,70	1,85	25,69	2,33	6,72	2,93	1,19	1,62
		5	5,83	19,79	4,56	1,84	31,40	2,32	8,18	3,49	1,18	1,66
		6	6,92	23,21	5,40	1,83	36,81	2,31	9,60	3,99	1,18	1,70
		8	9,40	29,55	7,00	1,81	46,77	2,27	12,34	4,90	1,17	1,78
6,3	63	10	11,08	35,32	8,52	1,79	55,64	2,24	15,00	5,70	1,16	1,85
		4	4,69	18,86	4,09	1,95	29,00	2,45	7,81	3,26	1,25	1,69
		5	6,13	23,10	5,05	1,94	36,80	2,44	9,52	3,87	1,25	1,74
7,0	70	6	7,28	27,06	5,98	1,93	42,91	2,43	11,18	4,44	1,24	1,78
		4,5	6,20	29,04	5,67	2,16	46,03	2,72	12,04	4,53	1,39	1,88
		5	6,86	31,94	6,27	2,16	50,67	2,72	13,22	4,92	1,39	1,90

Но- мер угол- ка	Размеры		A, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей								
	b	d		x - x			x <sub>0</sub> - x <sub>0</sub>		y <sub>0</sub> - y <sub>0</sub>			z <sub>0</sub> , см <sup>2</sup>
				J <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	i <sub>x</sub> см	J <sub>x0 max</sub> , см <sup>4</sup>	i <sub>x0 max</sub> , см <sup>4</sup>	J <sub>y0 min</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>y0 min</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>y0 min</sub> , см	
9,0	90	8	12,30	73,36	12,80	2,44	116,39	3,08	30,32	9,44	1,57	2,27
		6	10,61	82,10	12,49	2,78	130,00	3,50	33,97	9,88	1,79	2,43
10	100	10	19,24	178,95	24,97	3,05	283,83	3,84	74,08	18,51	1,96	2,83
		16	29,68	263,82	38,04	2,98	416,04	3,74	111,61	25,79	1,94	3,06
11	110	8	17,20	198,17	24,77	3,39	314,51	4,28	81,83	19,29	2,18	3,00
12,5	125	12	28,89	422,23	47,06	3,82	670,02	4,82	174,43	34,94	2,46	3,53
		14	33,37	481,76	54,17	3,80	763,90	4,78	199,62	39,10	2,45	3,61
		16	37,77	538,56	61,09	3,78	852,84	4,75	224,29	43,10	2,44	3,68
14	140	10	27,33	512,29	50,32	4,33	813,62	5,46	210,96	39,05	2,78	3,82
		12	32,49	602,49	59,66	4,31	956,98	5,43	248,01	44,97	2,76	3,90
15	150	15	43,08	908,38	84,66	4,59	1442,60	5,79	374,17	61,96	2,95	4,27
16	160	10	31,43	774,24	66,19	4,96	1229,10	6,25	319,38	52,52	3,19	4,30
		16	49,07	1175,19	102,64	4,89	1865,73	6,17	484,64	75,92	3,14	4,55
		12	42,19	1316,62	100,41	5,59	2092,78	7,04	540,45	78,15	3,58	4,89
20	200	12	47,10	1822,78	124,61	6,22	2896,16	7,84	749,40	98,68	3,99	5,37
		14	54,60	2097,00	144,17	6,20	3333,00	7,81	861,00	111,50	3,97	5,46
		20	76,54	2871,47	200,73	6,12	4560,42	7,72	1181,92	146,62	3,93	5,70
		30	111,54	4019,60	288,57	6,00	6351,05	7,55	1698,16	193,06	3,89	6,07
22	220	14	60,38	2814,36	175,18	6,83	4470,15	8,60	1158,56	138,62	4,38	5,91
25	250	20	96,96	5764,87	318,76	7,71	9159,73	9,72	2370,01	242,52	4,94	6,91
		25	119,71	7006,39	391,72	7,65	11125,5	9,64	2887,26	287,14	4,91	7,11
		30	141,96	8176,52	462,11	7,59	12964,7	9,56	3388,98	327,82	4,89	7,31

## Литература

1. Олофинская В.П. Техническая механика – курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий. – М.: Инфра, 2007.
2. Олофинская В.П. Техническая механика – Сборник тестовых заданий. – М.: Инфра – М., 2001.
3. Портаев Л.П. Техническая механика. – М.: Стройиздат, 1987.
4. Сетков В.И. Сборник задач для расчетно-графических работ по технической механике. – М.: Стройиздат, 2003.
5. Сетков В.И. Сборник задач по технической механике. – М.: Академия, 2007.
6. Сетков В.И. Техническая механика для строительных специальностей. – М.: Академия, 2008.

### Дополнительные источники:

1. Эрдеди А.А., Эрдеди Н.А. Теоретическая механика. – М.: Высшая школа, 2002.
2. Михайлов А.М. Сопротивление материалов. – М.: Высшая школа, 1989.
3. Никитин Е.М. Краткий курс теоретической механики для ВТУЗов. – М.: Наука, 1971.
4. Яблонский А.А. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике, учебное пособие. – М.: Высшая школа, 1985.
5. СНиП II-23-81\* Стальные конструкции. Нормы проектирования. – М.: Минстрой РФ, 2001.
6. ГОСТ 8240-89 Сталь горячекатаная. Швеллеры.
7. ГОСТ 8239-89 Сталь горячекатаная. Балки двутавровые.
8. ГОСТ 8509-86 Сталь прокатная угловая равнополочная.
9. ГОСТ 8510-86 Сталь прокатная угловая неравнополочная.