

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
**«КРЫМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В.И. ВЕРНАДСКОГО»**  
(ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. ВЕРНАДСКОГО»)

**Бахчисарайский колледж строительства,  
архитектуры и дизайна (филиал)  
ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. Вернадского»**

Утверждаю  
Директор Бахчисарайского  
колледжа строительства,  
архитектуры и дизайна  
(филиал) ФГАОУ ВО  
«КФУ им. В.И. Вернадского»  
 Г.П. Пехарь

## **МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ**

### **Решение прикладных задач по математике**

для обучающихся очной и заочной форм обучения  
среднего профессионального образования

г. Бахчисарай  
2019 г.

Рассмотрено и одобрено на заседании  
методического совета,  
протокол № 8 от «16» 04 2019 г.

Введено в действие  
приказом директора

от «16» 04 2019 г. № 13/2/38

Составитель:

**Боровская Е.А.**, преподаватель математики высшей квалификационной категории. Методическое пособие. Решение прикладных задач по математике для обучающихся очной и заочной форм обучения среднего профессионального образования. БКСАиД, 2019. – 31 стр.

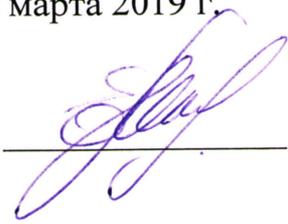
### Аннотация

В данном методическом пособии представлены примеры решения прикладных математических задач. Рассмотрение таких задач поможет организовать профильное обучение, наладить межпредметные связи и подготовить обучающихся к восприятию материала профдисциплин на старших курсах.

Методическое пособие предназначено для обучающихся очной формы обучения всех специальностей, а также могут быть использованы студентами заочной формы обучения для самостоятельного изучения соответствующих разделов математики.

Утверждено на заседании цикловой методической комиссии № 1 «Общеобразовательных дисциплин математического и естественнонаучного цикла»

Протокол № 8 от 22 марта 2019 г.

Председатель ЦМК  Боровская Е.А.

## Содержание

1. Введение.....	4
2. Глава 1. Классификация прикладных задач.....	5
3. Глава 2. Примеры прикладных задач.....	7
4. Глава 3. Задачи для самостоятельного решения.....	16
5. Заключение.....	30
6. Список литературы.....	31

## Введение

Основной задачей среднего профессионального образования в условиях реализации ФГОС является подготовка высококвалифицированных специалистов, конкурентоспособных на рынке труда, компетентных, ответственных, свободно владеющих своей профессией и ориентированных в смежных областях деятельности, способных к профессиональному росту и профессиональной мобильности в условиях информатизации общества и развития новых наукоемких технологий. Математика как фундаментальная дисциплина имеет большие возможности для формирования ключевых компетенций специалиста, как профессиональных, так и личностных.

Также федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС) по всем специальностям, требуют от выпускников овладения достаточно серьёзными математическими компетенциями. В результате изучения дисциплины ЕН.01. Математика «обучающийся должен уметь: решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчисления; знать: основные численные методы решения прикладных задач».

Усиление практической направленности преподавания – одна из основных задач, поставленных перед системой профессионального образования. Практическая направленность обучения математике предусматривает ориентацию его содержания и методов на изучение математической теории в процессе решения задач, на формирование у обучающихся умений самостоятельной деятельности.

В качестве средства обеспечения профессиональной направленности обучения математике разработан комплекс разнообразных задач. В процессе преподавания математики у преподавателя появляются широкие возможности демонстрации прикладного значения математики в конкретной профессиональной области.

Приведем примеры задач, обеспечивающих профессиональную направленность обучения математике.

## Глава 1. Классификация прикладных задач

Под задачей с профессиональным содержанием (прикладной задачи) понимается математическая задача, содержание которой раскрывает приложения математики в профессиональной деятельности, в смежных дисциплинах, знакомит ее с использованием в организации, технологии и экономике современного производства, в сфере обслуживания, в быту, при выполнении трудовых операций.

Задачи с профессиональной направленностью составляются на основе тех знаний и умений по математике, которые непосредственно или опосредованно связаны с профессиональными знаниями и умениями. Одним из главных условий построения методики применения задач по математике с профессиональной направленностью является отбор совокупности этих знаний и умений. Решение задач профессионального отбора следует начинать с понимания того, какие именно требования предъявляются к человеку данной профессии, какими видами деятельности ему предстоит овладеть.

В качестве характерных признаков профессионально значимых математических знаний и умений можно принять следующие:

- 1) соответствие отбираемых знаний и умений целям математической подготовки;
- 2) связь математических знаний и умений с содержанием профессиональной подготовки;
- 3) отражение отбираемыми знаниями и умениями тенденций развития отраслей народного хозяйства.

Прикладные задачи по математике - задачи, которые возникают за пределами математики, но решение которых требует применения математического аппарата

В профессионально ориентированной задаче в качестве задачной ситуации выступает некая модель профессиональной ситуации, в которой по известным характеристикам профессионального объекта или явления надо найти другие его характеристики или свойства. Разрешение или исследование представленной профессиональной ситуации способствует развитию у субъекта определенных профессиональных качеств. В процессе решения задач с профессиональным содержанием предусматривается совершенствование рационального применения теоретических знаний обучающихся к решению практических и производственных задач, развития логического мышления, пространственного воображения, вычислительных навыков, организации самостоятельной работы с измерительными приборами, профессиональным оборудованием, таблицами, справочной литературой.

Таким образом, профессионально ориентированная математическая задача - это задача, условие и требование которой определяют собой модель некоторой ситуации, возникающей в профессиональной деятельности

специалиста, а исследование этой ситуации средствами математики способствует профессиональному развитию личности студента.

В связи с вышеизложенным, предлагаем следующую классификацию математических задач с профессиональным содержанием:

- аналитические (определение и анализ цели, выбор и анализ условий и способов решения, средств достижения цели);

- организационно - подготовительные (планирование и организация работы, индивидуальной, групповой или коллективной по созданию объектов, анализ и исследование свойств объектов труда, формирование понятий и установление взаимодействий между ними);

- оценочно-коррекционные (формирование действий оценки и коррекции процесса и результатов деятельности, поиск способов совершенствования, анализ деятельности).

## Глава 2. Примеры прикладных задач

Эффективно применение материалов профессиональной направленности на этапе формирования новых понятий, для подведения обучающихся к самостоятельному определению нового понятия. Они помогают создавать проблемные ситуации, которые вызывают активность, живой интерес и любознательность, если связаны с практикой, с профессиональными вопросами.

В группах, обучающихся по специальностям 08.02.08 Монтаж и эксплуатация оборудования и систем газоснабжения и 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений, при изучении признака перпендикулярности прямой и плоскости создается следующая проблемная ситуация. В памяти обучающихся воспроизводятся действия по проверке вертикальности линий пересечения смежных стен с помощью отвеса. Ребята показывают, как они работают с отвесом. Делаю акцент на то, что при выполнении этой операции приходится находить в плоскости пола 2 пересекающиеся прямые (2 плинтуса), каждая из которых перпендикулярна линии отвеса. Далее, предлагается сформулировать математическое утверждение, на основании которого можно судить о правильности проверки углов с помощью отвеса.

Уже на 1 курсе рассматриваются несколько простых видов прикладных задач, которые чаще встречаются в деятельности строителя-практика. С подобными вопросами может столкнуться и профессионал, и любитель, затеявший несложный капитальный ремонт. Среди них выделяется три основных вида прикладных задач по математике: а) определение площади нестандартной формы; б) определение количества и стоимости расходного материала; в) задачи на оптимизацию расходов в строительном деле.

Для решения 1 вида задач применяется принцип деления сложной геометрической фигуры на несколько простых. Примером такой задачи может служить следующая задача.

### Задача 1.

Вычислить площадь стен облицовки дома высотой  $h$  - 3 м.; имеющего 2 окна;  $S$  окна - 1,5х2м; дверь;  $S$  двери - 1х2,3м Основание дома составляют две геометрические фигуры: полуокружность радиусом 3,5 м и прямоугольник со сторонами 10 и 16 метров.

При решении задач на вычисления площади нестандартной фигуры совместно со студентами составляется алгоритм решения задач такого вида:

1. Разбить фигуру на множество стандартных фигур.
2. Найти площадь каждой из полученных стандартных фигур.
3. Найти сумму этих площадей.
4. Вычесть из этой суммы площади форм, не входящих в эту фигуру (например, окна, двери и т.д.).

Строители часто встречаются с задачей определения количества и стоимости расходного материала для строительства или отделки стен или пола.

#### Задача 2.

Сколько краски понадобится, чтобы покрасить стену размером 3х4м в два слоя, расход краски 0,07 кг/м<sup>2</sup>

1. Вычислить общую площадь поверхности (S) для отделки.
2. Определить площадь единицы расходного материала (S<sub>м</sub> – площадь одной облицовочной плитки);
3. Найти количество расходного материала (N – количество облицовочных плиток) как частное:  $N=S : S_m$ .

#### Задача 3.

Необходимо выложить кафельной плиткой пол в ванной комнате. Размер пола: 3х3,5м. Размер плитки 40х40см. Сколько кафельной плитки понадобится?

Известно, что более 60% прямых затрат в строительстве занимают материалы, поэтому задача оптимизации расходов строительства является актуальной, поскольку с ростом цен на материалы возрастает и стоимость жилья. Следовательно, умение решать задачи на оптимизацию расходов материала в строительном деле занимает одно из важных мест. Под "оптимизацией" подразумевается выбор вариантов строительной деятельности в целях минимизирования финансовых затрат и поиск различных путей экономии с учетом математических вычислений. Выше был приведен пример задачи на определение площади стен дома в целях их облицовки. Теперь перед обучающимися ставится другая задача:

#### Задача 4.

Перед вами стоит выбор: облицовка кирпичом или облицовка сайдингом. Найти самый экономичный вариант отделки.

Общий алгоритм решения задач по оптимизации расхода материала в строительном деле:

1. Выявить все подходящие типы расходного материала (n вариантов);
2. Рассчитать количество расходного материала каждого из вариантов (K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub>, ... K<sub>n</sub>).
3. Определить стоимость расходного материала каждого из вариантов (C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, ... C<sub>n</sub>).
4. Найти наименьшее значение C<sub>n</sub>. Значение n будет соответствовать номеру наиболее оптимального варианта.

В группах строителей и дизайнеров на 1 курсе можно предложить много интересных задач практической направленности.

#### Задача 5.

Для хранения строительных материалов нужно сделать временное хранилище в форме сварного каркаса, покрытого брезентом. Для изготовления каркаса, имеющего форму правильной четырехугольной призмы, имеется 36 метров арматурного стержня. Какую нужно выбрать

длину, ширину, высоту каркаса, чтобы под навес уместилось как можно больше строительных материалов?

#### Задача 6.

Для облицовки пола имеются много керамогранитных плиток светлого тона и мало керамогранитных плиток темного тона. Если керамогранитную плитку укладывать в форме прямоугольника, то его периметр будет равен 10 м. Какие размеры нужно выбрать для сторон прямоугольника, чтобы имеющимся количеством керамогранитной плитки темного тона ограничить небольшую поверхность.

#### Задача 7.

Нужно оклеить комнату флизеленовыми обоями, длина которой равна 5 м, ширина 4 м, высота 3 м, площадь дверей и окон составляет  $\frac{1}{5}$  всей площади стен. Сколько нужно рулонов обоев для оклейки комнаты, если длина рулона 12 м, а ширина 100 см.

При изучении темы «Производная функции» можно рассмотреть решение задачи:

#### Задача 8.

Длина всех стен промышленного здания, включая перегородки (капитальные) составляет 90 м. В здании размещают 3 цеха (№ 1, № 2, № 3) и коридор, длина которого в 5 раз больше ширины. Ширина цеха № 3 относится к длине коридора как 3:5. Каковы должны быть размеры здания, чтобы сумма площадей трех цехов была наибольшей?

Одно из простейших применений метода координат в инженерной практике связано с решением геодезических задач. Рассмотрим две такие задачи, которые возникают при проектировании в тех случаях, когда полностью исключается возможность непосредственных измерений.

#### Задача 9.

##### Прямая геодезическая задача.

Найти положение конечной точки В некоторой трассы, зная ее начальную точку А, протяженность  $l = AB$  и направление, которое определяется азимутом  $\alpha$  – углом наклона трассы к вертикальной оси.

##### Решение:

По плану местности, к которой относится проектируемая трасса, определяются прямоугольные координаты  $(x_1; y_1)$  начальной точки А, а координаты  $(x_2; y_2)$  точки В вычисляются по формулам (рис. 1).

$$x_B = x_A + l \cos \alpha; \quad y_B = y_A + l \sin \alpha$$

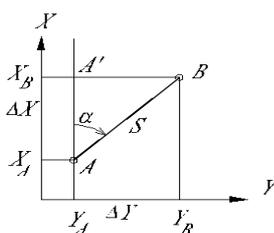


Рис. 1

Заметим, что в геодезии вертикальную ось обозначают через  $ox$ , а горизонтальную – через  $oy$ .

### Задача 10.

#### Обратная геодезическая задача

По координатам начальной точки и конечной точки трассы АВ (рис. 1) найти ее протяженность и направление. Для решения следует воспользоваться следующими известными формулами:

$$l = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Нельзя не обратить внимания на простоту и впечатляющий эффект геодезических задач. Они убедительно показывают обучающимся, какое важное практическое применение может иметь метод координат, и в частности формула расстояния между двумя точками.

При изучении геометрии мы встречаемся со способом определения высоты предмета с помощью угломерных инструментов. При топографических съемках местности аналогичный прием используется для определения превышения одной точки земной поверхности над другой. Этот способ дает хороший результат, если рассматриваемые точки находятся на незначительном расстоянии. В противном случае начинает сказываться кривизна Земли и возникает существенная погрешность.

Если расстояние между точками В и С достаточно велико, то к найденному (с помощью угломерных инструментов) значению превышения точки В над точкой С прибавляют так называемую поправку на кривизну Земли:

$$\Delta h = \frac{l^2}{2R}, \text{ где } R \text{ – радиус Земли, } l \text{ — длина горизонтальной проекции}$$

ВС.

### Задача 11

Объясните происхождение указанной выше формулы для поправки  $\Delta h$ .

Решение

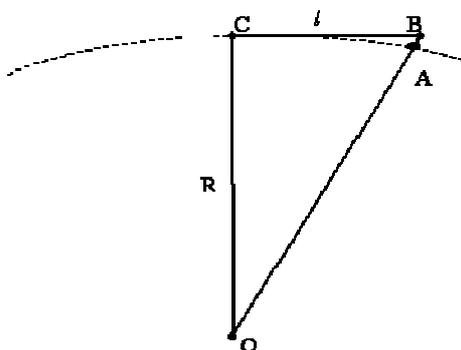


Рис. 2

Рассмотрим рис. 2, на котором штрихами изображена поверхность океана, точка О – центр Земли. Пусть, для простоты, точка С лежит на поверхности океана, а точка В принадлежит горизонтальной плоскости, проходящей через точку С. Так как в таком случае угол между лучом СВ и горизонтальным направлением (оно определяется с помощью отвеса) равен нулю, то из точки С нам покажется, что точки В и С имеют

одинаковую высоту. Согласившись с этим, мы допустим погрешность:  $\Delta h = AB = OB - OA = \sqrt{R^2 + l^2} - R$ .

Величина  $l$  относительно мала по сравнению с  $R$ . Поэтому для вычисления  $\sqrt{R^2 + l^2}$  можно воспользоваться приближенной формулой  $\sqrt{x_0 + \Delta x} \approx \sqrt{x_0} + \frac{\sqrt{x_0}}{2x_0} \cdot \Delta x$ , полученной в курсе "Алгебра и начала анализа 10–11" автор А.Н. Колмогоров. Положив в этой формуле  $x_0 = R^2$ ,  $\Delta x = l^2$ , мы получим

$$\Delta h = \sqrt{R^2 + l^2} - R \approx \sqrt{R^2} + \frac{\sqrt{R^2}}{2R^2} \cdot l^2 - R = R + \frac{\sqrt{R^2}}{2R^2} \cdot l^2 - R = \frac{Rl^2}{2R^2} = \frac{l^2}{2R}; \Delta h = \frac{l^2}{2R}$$

где  $R$  – радиус Земли,  $l$  – длина горизонтальной проекции отрезка  $BC$ .

В практике проектирования сети автомобильных дорог часто возникает необходимость устройства узла разветвления. Местоположение узла и взаимное расположение проходящих через него дорог определяется комплексом экономических и географических условий, но первый, предварительный этап решения этой задачи учитывает лишь затраты рабочего времени на перевозки, причем в качестве вспомогательной решается вначале следующая задача.

### Задача 12

Каким должен быть угол примыкания  $\alpha$  (рис. 3) дороги  $CE$  к автомагистрали  $AB$ , чтобы затраты времени на перевозки по маршруту  $AEC$  были наименьшими, если скорость движения автомобилей по магистрали планируется равной  $V_m$ , а по подъездной дороге –  $V_a$  ( $V_m > V_a$ ).

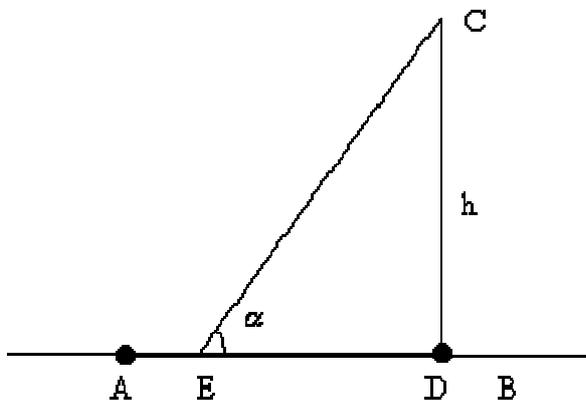


Рис. 3

Проведем из точки  $C$  перпендикуляр к прямой  $AB$  и обозначим длину отрезка  $CD$  через  $h$ , а длину отрезка  $AD$  через  $l$ . Тогда получим:

$$CE = \frac{h}{\sin \alpha}, DE = h \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

Отсюда находим время движения автомобиля по маршруту  $AEC$ :

$$t = \frac{l}{V_m} - \frac{h \operatorname{ctg} \alpha}{V_m} + \frac{h}{V_a \sin \alpha}$$

Так как точка А в наших рассуждениях зафиксирована условно, определяя лишь направление движения по магистрали, то  $\alpha$  может изменяться в промежутке  $(0; \frac{\pi}{2})$ .

Задача свелась к отысканию наименьшего значения функции  $t(\alpha)$  на указанном промежутке.

Найдем производную:  $t'(\alpha) = \frac{h}{V_x \sin^2 \alpha} \left( \frac{V_x}{V_m} - \cos \alpha \right)$ .

Так как  $0 < \frac{V_x}{V_m} < 1$ , то производная на рассматриваемом промежутке обращается в нуль лишь в одной точке

$$\alpha_0 = \arccos \frac{V_x}{V_m}, \quad (1).$$

Причем  $t'(\alpha) < 0$  при  $\alpha \in (0; \alpha_0)$  и  $t'(\alpha) > 0$  при  $\alpha \in (\alpha_0; \frac{\pi}{2})$ .

Это означает, что на промежутке  $(0; \alpha_0]$  функция  $t$  убывает, а на промежутке  $[\alpha_0; \frac{\pi}{2})$  – возрастает. Следовательно, рассматриваемая функция  $t$  при  $\alpha = \alpha_0$  достигает наименьшего значения.

Ответ: угол примыкания определяется по формуле  $\alpha_0 = \arccos \frac{V_x}{V_m}$

### Задача 13

Сечение канала – сегмент круга (рис. 4). Каким должен быть центральный угол  $\alpha$  ( $0 < \alpha \leq \pi$ ), чтобы канал имел гидравлически наивыгоднейший профиль?

Решение

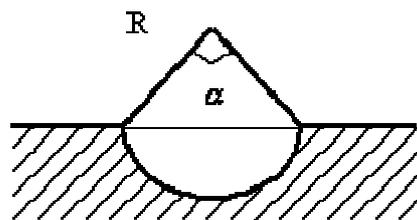


Рис. 4

Пусть  $R$  – радиус круга. Живое сечение канала найдем как разность

площадей сектора и треугольника:  $\omega = \frac{R^2}{2} (\alpha - \sin \alpha)$ .

Отсюда получаем, что  $R = \frac{\sqrt{2\omega}}{\sqrt{\alpha - \sin \alpha}}$ , и значит, смоченный периметр

$$X(\alpha) = R \alpha = \sqrt{2\omega} \cdot \frac{\sqrt{\alpha^2}}{\sqrt{\alpha - \sin \alpha}}$$

Исследуем более простую функцию  $f(\alpha) = \frac{\alpha^2}{\alpha - \sin \alpha}$ . При  $0 < \alpha < \pi$  имеем:

$$f'(\alpha) = \alpha \cdot \frac{\alpha(1 + \cos \alpha) - 2 \sin \alpha}{(\alpha - \sin \alpha)^2} = \alpha(1 + \cos \alpha) \cdot \frac{2(\frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2})}{(\alpha - \sin \alpha)^2}.$$

Так как  $\sin \alpha \leq \alpha$  и  $\frac{\alpha}{2} < \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$  на рассматриваемом интервале, то производная на  $(0; \pi)$  определена и отрицательна. Поэтому функция  $f$ , а значит, и  $X$  убывает на  $(0; \pi)$ . В силу непрерывности функции  $X$  на промежутке  $(0; \pi]$  заключаем, что  $X$  убывает и на таком промежутке. Следовательно, функция  $X$  достигает наименьшего значения при  $\alpha = \pi$ . В сечении канала должен быть полукруг.

Ответ:  $\alpha = \pi$ .

При монтаже промышленных и сельскохозяйственных зданий небольшой высоты широко используются автомобильные краны. Для правильного выбора крана необходимо знать многие исходные данные о сооружаемом объекте. В частности, габаритные данные объекта позволяют заранее определить требуемую длину стрелы крана. Рассмотрим эту задачу

#### Задача 14

Вывести формулу для определения длины стрелы автомобильного крана, с помощью которого можно построить здание высоты  $H$  и ширины  $2l$  с плоской крышей.

#### Решение

Так как автомобильный кран может перемещаться вокруг всего здания, то крюк его крана достанет до любой точки здания, если он достанет (рис. 5) до середины крыши (имеется в виду середина по ширине).

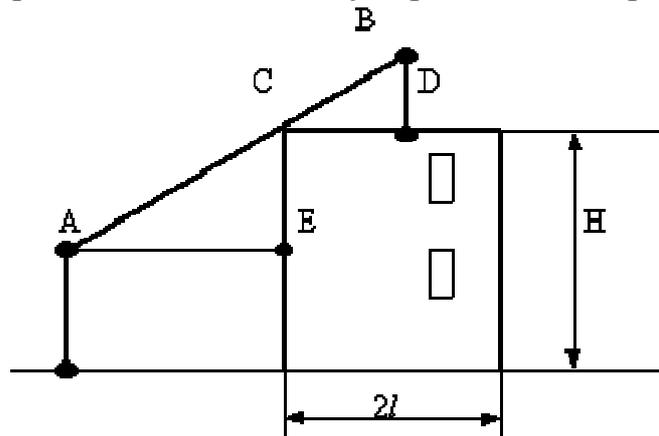


Рис. 5

Рассмотрим кран, который находится в точке  $O$ , подает деталь на середину крыши. Пусть угол наклона стрелы при этом составляет  $\alpha$ . Тогда

$BC = \frac{CD}{\cos \alpha} = \frac{l}{\cos \alpha}$ ;  $AC = \frac{CE}{\sin \alpha} = \frac{H-h}{\sin \alpha}$ , где  $h = AO$  – высота подвеса стрелы крана. В таком случае длина стрелы крана  $l = \frac{H-h}{\sin \alpha} + \frac{l}{\cos \alpha}$  (1)

Из формулы (1) видно, что для совершения указанной работы краном, установленным в другой точке (ближе к зданию или дальше от него), потребуется кран с другой длиной стрелы, поскольку при таком перемещении меняется угол  $\alpha$ . Определим наиболее выгодное место установки крана, т.е. такое место, с которого заданная работа может быть выполнена краном с наименьшей длиной стрелы. Для этого, очевидно, достаточно

определить, при каком,  $\alpha$  из промежутка  $(0; \frac{\pi}{2})$  функция  $l$  принимает наименьшее значение.

Найдем производную функции

$$l: l'(\alpha) = \frac{l \sin^3 \alpha - (H-h) \cos^3 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{l \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \left( \operatorname{tg}^3 \alpha - \frac{H-h}{l} \right).$$

Производная обращается в нуль лишь в одной точке  $\alpha_0 = \operatorname{arctg} \sqrt[3]{\frac{H-h}{l}}$  и функция  $l$  достигает своего наименьшего значения при  $\alpha_0 = \operatorname{arctg} \sqrt[3]{\frac{H-h}{l}}$ .

Найдя из полученной формулы значение  $\alpha_0$  и подставив его в формулу (1), мы и получим наименьшее возможное значение стрелы. Эти формулы и используются на практике.

### Задача 15

Каким должно быть отношение диаметра основания к высоте закрытой цилиндрической цистерны, чтобы при заданном объеме на изготовление цистерны шло как можно меньше материала?

#### Решение

Пусть  $r$  – радиус основания,  $V$  – объем цистерны, тогда ее высота равна  $\frac{V}{\pi \cdot r^2}$ , а полная поверхность  $S(r) = 2\left(\pi r^2 + \frac{V}{r}\right)$ . Требуется узнать, при каком  $r$  из промежутка  $(0; +\infty)$ , функция  $S$  достигает наименьшего значения.

Найдем производную:  $S'(r) = 2\left(2\pi r - \frac{V}{r^2}\right) = 4\pi \frac{r^3 - \frac{V}{2\pi}}{r^2}$ .

Замечаем, что производная всюду на рассматриваемом интервале существует и обращается в нуль только в точке  $r_0 = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$  причем  $S'(r) < 0$  при  $0 < r < r_0$  и  $S'(r) > 0$  при  $r > r_0$ .

Функция  $S$  при  $r = r_0$  достигает наименьшего значения. При величине радиуса  $r = r_0$  высота цистерны  $h_0 = \frac{V}{\pi \cdot r_0^2} = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}} = 2\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}} = 2r_0$ , т.е. высота цилиндра должна быть равна его диаметру, а отношение равно 1.

Ответ: 1.

Также приведу примеры типов задач, входящих в экзамен по дисциплине ЕН.01 Математика

1. Конический бак имеет глубину 3 метра, а его круглый верх имеет радиус 1,5 м. Сколько жидкости он вмещает?

2. Куча щебня имеет коническую форму, радиус основания которой 2 метра, а образующая 2,5 м. Найти объем кучи щебня.

3. Полуцилиндрический свод подвала имеет 6 м длины и 5,8 метров в диаметре. Найти полную поверхность подвала.

4. Сколько олифы потребуется для окраски внешней поверхности 100 ведер, имеющих форму усеченного конуса с диаметрами оснований 25

см и 30 см и образующей 27,5 см, если на 1 требуется 150 гр олифы?

5. Цилиндрическая дымовая труба с диаметром 65 см имеет высоту 18м. Сколько жести нужно для ее изготовления, если на заклепку уходит 10% материала?

6. Сосновое бревно длиной 15,5 м имеет диаметры концов 42 см и 25 см. Найдите объем бревна.

7. Куча песка имеет коническую форму, радиус основания которой 1,5 метра, а образующая 2 м. Найти объем кучи песка.

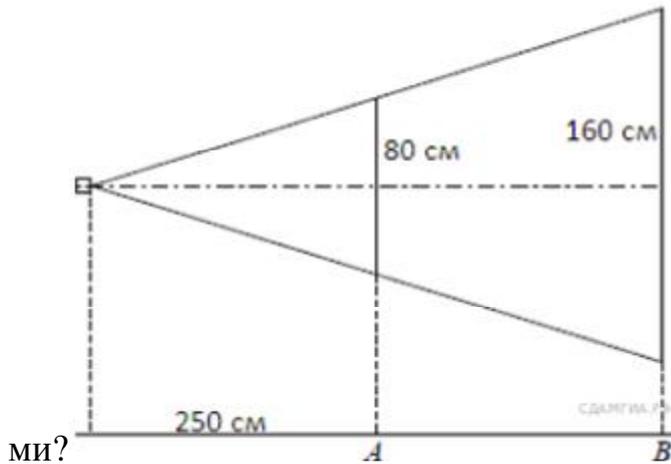
8. Крыша силосной башни имеет форму конуса. Высота крыши 2 м, диаметр башни 6 м. Найдите поверхность крыши.

9. Требуется установить резервуар для воды емкостью 10 на площадке размером  $2,5 \times 1,75$  м, служащей для него дном. Найдите высоту резервуара.

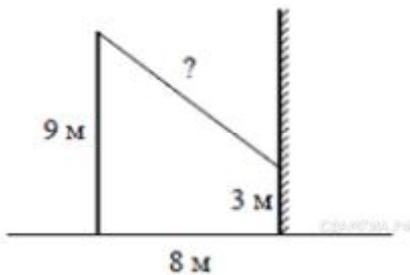
10. 25 метров медной проволоки имеет массу 100,7 г. Найдите диаметр проволоки (плотность меди  $8,94 \text{ г/см}^3$ ).

### Глава 3. Задачи для самостоятельного решения.

1. Проектор полностью освещает экран  $A$  высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран  $B$  высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?

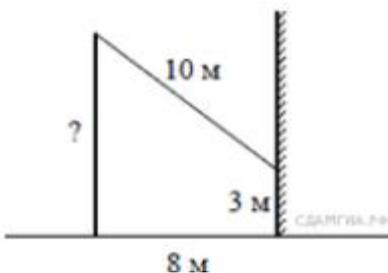


ми?  
 Ответ: 500



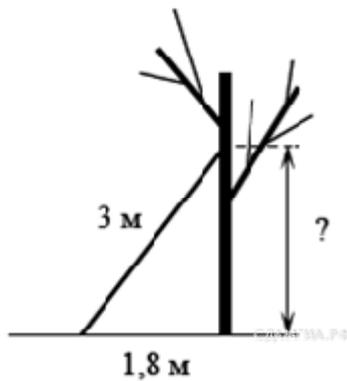
2. От столба высотой 9 м к дому натянут провод, который крепится на высоте 3 м от земли (см. рисунок). Расстояние от дома до столба 8 м. Вычислите длину провода.

Ответ: 10

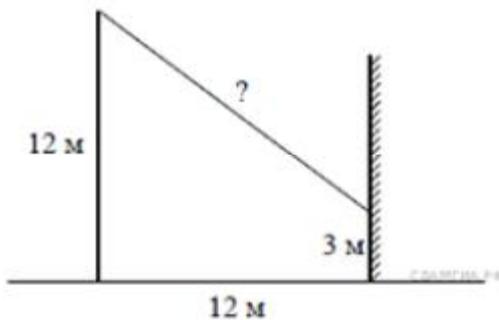


3. От столба к дому натянут провод длиной 10 м, который закреплён на стене дома на высоте 3 м от земли (см. рисунок). Вычислите высоту столба, если расстояние от дома до столба равно 8 м.

Ответ: 9

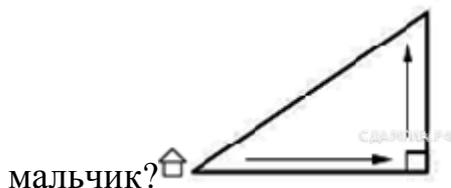


4. Лестницу длиной 3 м прислонили к дереву. На какой высоте (в метрах) находится верхний её конец, если нижний конец отстоит от ствола дерева на 1,8 м?  
 Ответ: 2,4



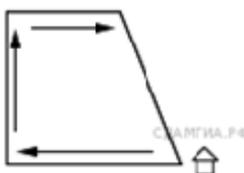
5. От столба высотой 12 м к дому натянут провод, который крепится на высоте 3 м от земли (см. рисунок). Расстояние от дома до столба 12 м. Вычислите длину провода.  
 Ответ: 15

6. Мальчик прошел от дома по направлению на восток 800 м. Затем повернул на север и прошел 600 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался



мальчик?  
 Ответ: 1000

7. Девочка прошла от дома по направлению на запад 500 м. Затем повернула на север и прошла 300 м. После этого она повернула на восток и прошла еще 100 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказалась девочка?



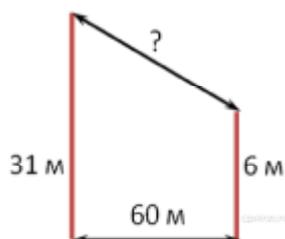
Ответ: 500

**8.** Мальчик и девочка, расставшись на перекрестке, пошли по взаимно перпендикулярным дорогам, мальчик со скоростью 4 км/ч, девочка — 3 км/ч. Какое расстояние (в километрах) будет между ними через 30 минут?

Ответ: 2,5

**9.** Два парохода вышли из порта, следуя один на север, другой на запад. Скорости их равны соответственно 15 км/ч и 20 км/ч. Какое расстояние (в километрах) будет между ними через 2 часа?

Ответ: 50



**10.** В 60 м одна от другой растут две сосны. Высота одной 31 м, а другой — 6 м. Найдите расстояние (в метрах) между их верхушками.

Ответ: 65

**11.** Колесо имеет 18 спиц. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.

Ответ: 20

**12.** Сколько спиц в колесе, если угол между соседними спицами равен  $18^\circ$ ?

Ответ: 20

**13.** Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 5 ч?

Ответ: 150

**14.** Какой угол (в градусах) описывает минутная стрелка за 10 мин?

Ответ: 60

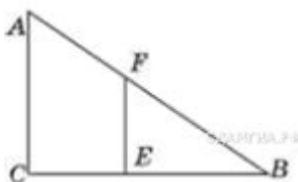
**15.** Какой угол (в градусах) описывает часовая стрелка за 20 мин?

Ответ: 10

**16.** На какой угол (в градусах) поворачивается минутная стрелка пока часовая проходит  $2^\circ$ ?

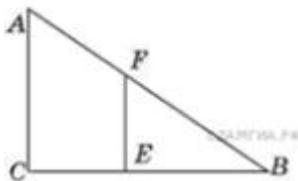
Ответ: 24

**17.** Человек ростом 1,7 м стоит на расстоянии 8 шагов от столба, на котором висит фонарь. Тень человека равна четырем шагам. На какой высоте (в метрах) расположен фонарь?



Ответ: 5,1

18. Человек ростом 1,8 м стоит на расстоянии 12 м от столба, на котором висит фонарь на высоте 5,4 м. Найдите длину тени человека в метрах.



Ответ: 6

19. Площадь прямоугольного земельного участка равна 9 га, ширина участка равна 150 м. Найдите длину этого участка в метрах.

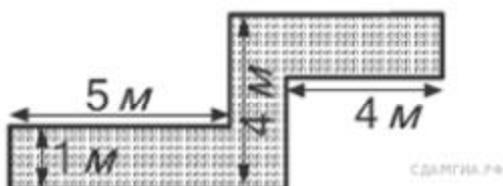
Ответ: 600

20. Найдите периметр прямоугольного участка земли, площадь которого равна  $800 \text{ м}^2$  и одна сторона в 2 раза больше другой. Ответ дайте в метрах.

Ответ: 120

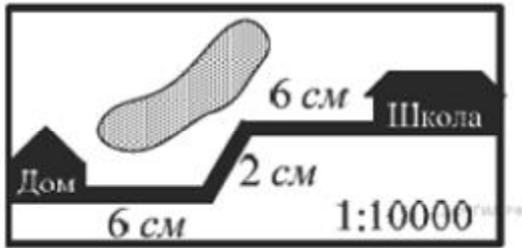
21. Сколько досок длиной 3,5 м, шириной 20 см и толщиной 20 мм выйдет из четырехугольной балки длиной 105 дм, имеющей в сечении прямоугольник размером  $30 \text{ см} \times 40 \text{ см}$ ?

Ответ: 90

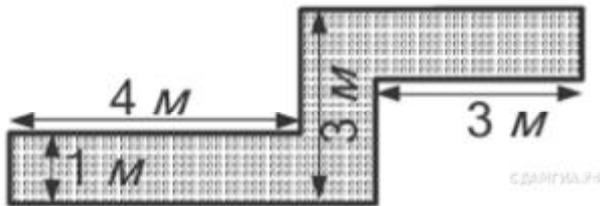


22. Определите, сколько необходимо закупить пленки ( $\text{в м}^2$ ) для гидроизоляции садовой дорожки, изображенной на рисунке, если её ширина везде одинакова.

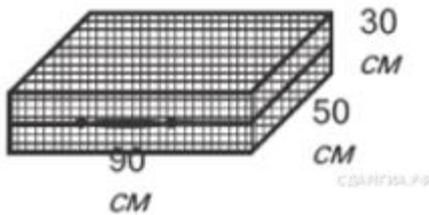
Ответ: 13



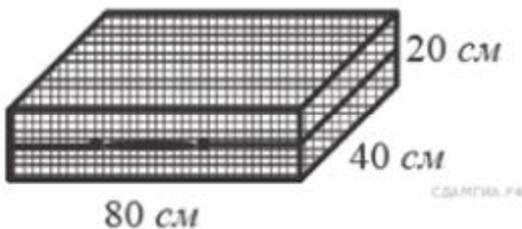
23. На карте показан путь Лены от дома до школы. Лена измерила длину каждого участка и подписала его. Используя рисунок, определите длину пути (в м), если масштаб 1 см : 10 000 см.  
 Ответ: 1400



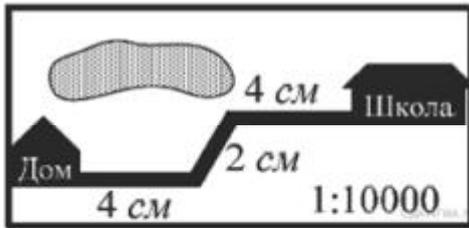
24. Определите, сколько необходимо закупить пленки (в  $M^2$ ) для гидроизоляции садовой дорожки, изображенной на рисунке, если её ширина везде одинакова.  
 Ответ: 10



25. Дизайнер Павел получил заказ на декорирование чемодана цветной бумагой. По рисунку определите, сколько бумаги (в  $cm^2$ ) необходимо закупить Павлу, чтобы оклеить всю внешнюю поверхность чемодана, если каждую грань он будет обклеивать отдельно (без загибов).  
 Ответ: 17400



26. Дизайнер Алина получила заказ на декорирование чемодана цветной бумагой. По рисунку определите, сколько бумаги (в  $cm^2$ ) необходимо закупить Алине, чтобы оклеить всю внешнюю поверхность чемодана, если каждую грань она будет обклеивать отдельно (без загибов).  
 Ответ: 11200



27. На карте показан путь Лены от дома до школы. Лена измерила длину каждого участка и подписала его. Используя рисунок, определите, длину пути (в м), если масштаб 1 см: 10000 см.  
 Ответ: 1000

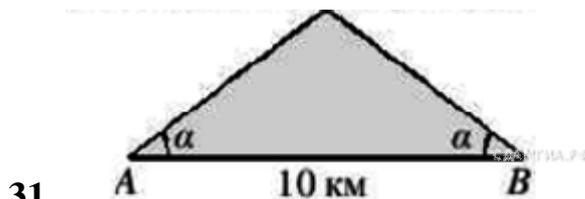
28. Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки, когда часы показывают ровно 4 часа?  
 Ответ: 120

29. Колесо имеет 5 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.  
 Ответ: 72

30. Сколько всего осей симметрии имеет фигура, изображённая на рисунке?

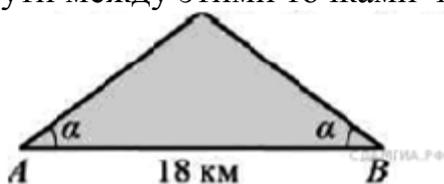


Ответ: 5



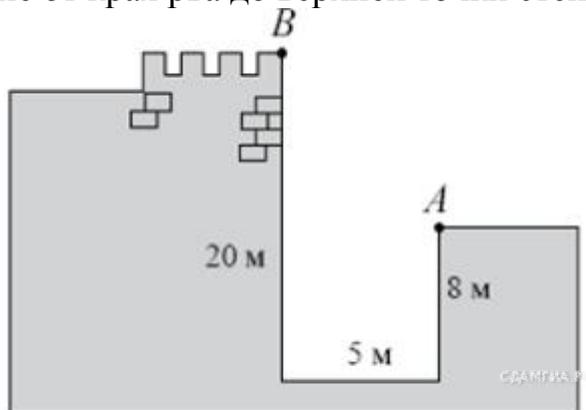
31. Склоны горы образуют с горизонтом угол  $\alpha$ , косинус которого равен 0,8. Расстояние по карте между точками A и B равно 10 км. Определите длину пути между этими точками через вершину горы.  
 Ответ: 12,5

32. Склоны горы образуют с горизонтом угол  $\alpha$ , косинус которого равен 0,9. Расстояние по карте между точками A и B равно 18 км. Определите длину пути между этими точками через вершину



горы.  
 Ответ: 20

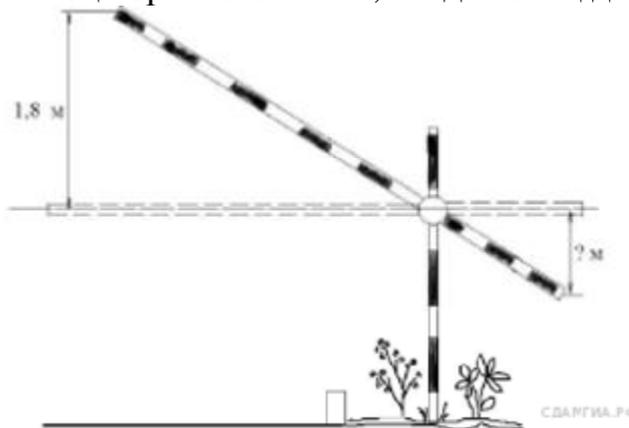
33. Глубина крепостного рва равна 8 м, ширина 5 м, а высота крепостной стены от ее основания 20 м. Длина лестницы, по которой можно взобраться на стену, на 2 м больше, чем расстояние от края рва до верхней точки стены



(см. рис.). Найдите длину лестницы.

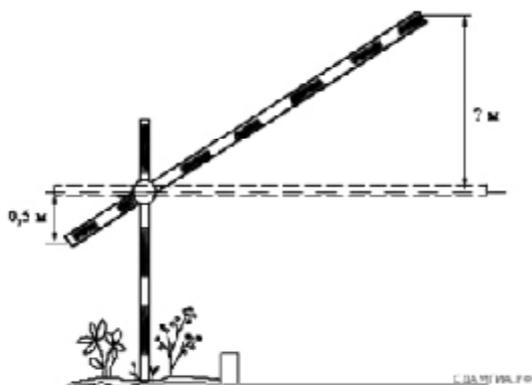
Ответ: 15

34. Короткое плечо шлагбаума имеет длину 1 м, а длинное плечо – 3 м. На какую высоту (в метрах) опустится конец короткого плеча, когда конец длин-



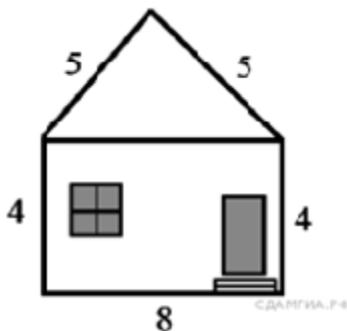
ного плеча поднимается на 1,8 м?

Ответ: 0,6



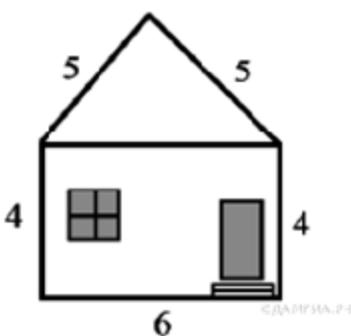
35. Короткое плечо шлагбаума имеет длину 1 м, а длинное плечо – 4 м. На какую высоту (в метрах) поднимается конец длинного плеча, когда конец короткого опускается на 0,5 м?

Ответ: 2



36. Определите высоту дома, ширина фасада которого равна 8 м, высота от фундамента до крыши равна 4 м, а длина ската крыши равна 5 м.

Ответ: 7



37. Определите высоту дома, ширина фасада которого равна 6 м, высота от фундамента до крыши равна 4 м, а длина ската крыши равна 5 м.

Ответ: 8

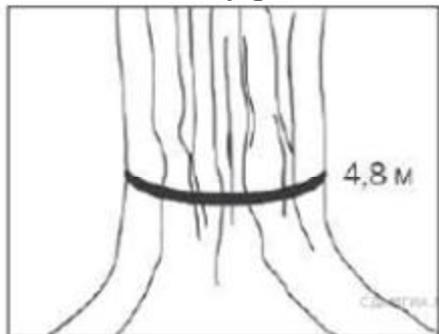
38. Лестница соединяет точки  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми равно 25 м. Высота каждой ступени равна 14 см, а длина — 48 см. Найдите высоту  $BC$  (в метрах), на которую поднимается лестница.



ца.

Ответ: 7

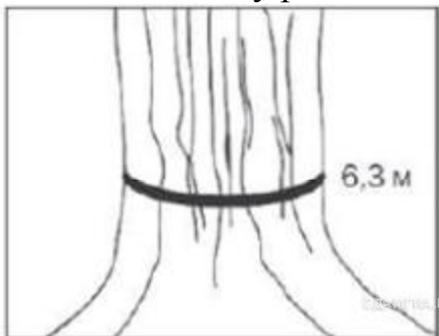
39. Обхват ствола секвойи равен 4,8 м. Чему равен его диаметр (в метрах)?



Ответ округлите до десятых.

Ответ: 1,5

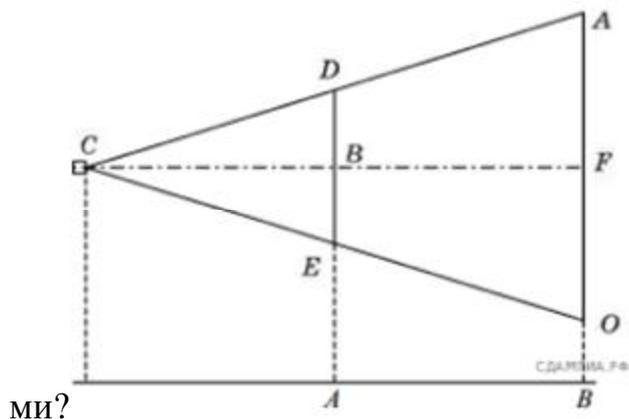
40. Обхват ствола секвойи равен 6,3 м. Чему равен его диаметр (в метрах)?



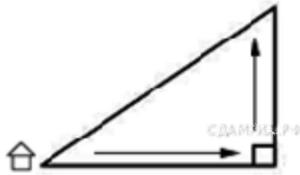
Ответ округлите до целого.

Ответ: 2

41. Проектор полностью освещает экран  $A$  высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран  $B$  высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?



Ответ: 500



42. Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 550 м. Затем повернул на север и прошёл 480 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

Ответ: 730

43. Девочка прошла от дома по направлению на запад 20 м. Затем повернула на север и прошла 800 м. После этого она повернула на восток и прошла ещё 200 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказалась девочка?

Ответ: 820

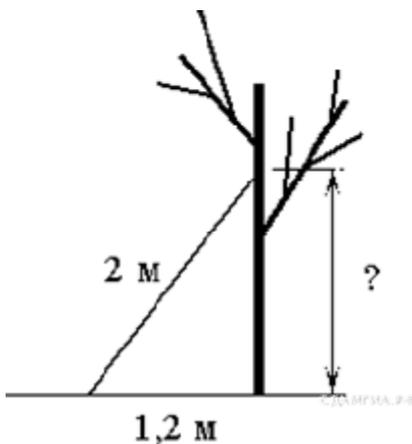
44. Глубина бассейна составляет 2 метра, ширина — 10 метров, а длина — 25 метров. Найдите суммарную площадь боковых стен и дна бассейна (в квадратных метрах).

Ответ: 390

45. Лестница соединяет точки  $A$  и  $B$  и состоит из 35 ступеней. Высота каждой ступени равна 14 см, а длина — 48 см. Найдите расстояние между точками  $A$  и  $B$  (в метрах).

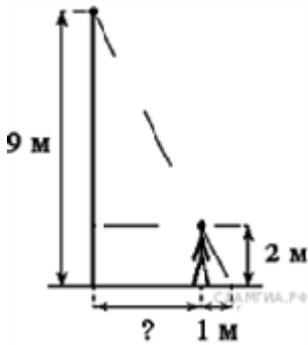


Ответ: 17,5



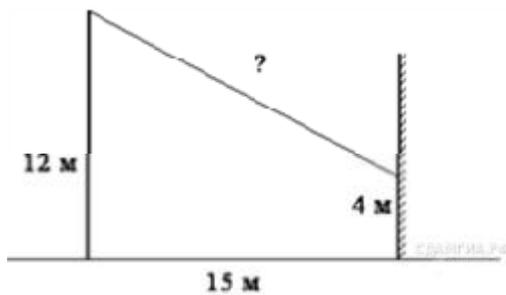
46. Лестницу длиной 2 м прислонили к дереву. На какой высоте (в метрах) находится верхний её конец, если нижний конец отстоит от ствола дерева на 1,2 м?

Ответ: 1,6



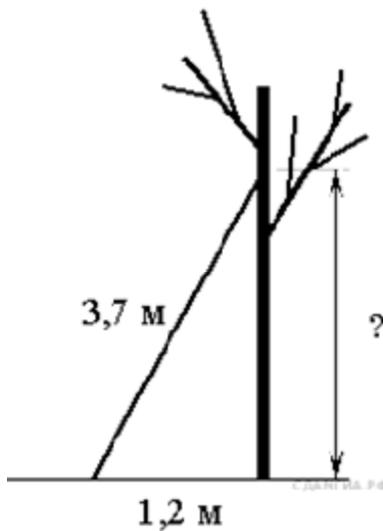
47. На каком расстоянии (в метрах) от фонаря стоит человек ростом 2 м, если длина его тени равна 1 м, высота фонаря 9 м?

Ответ: 3,5

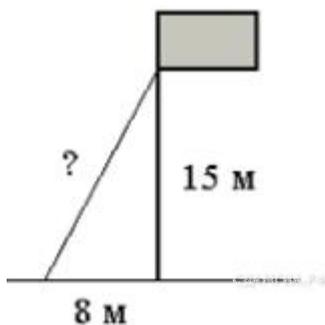


48. От столба высотой 12 м к дому натянут провод, который крепится на высоте 4 м от земли (см. рисунок). Расстояние от дома до столба 15 м. Вычислите длину провода.

Ответ: 17



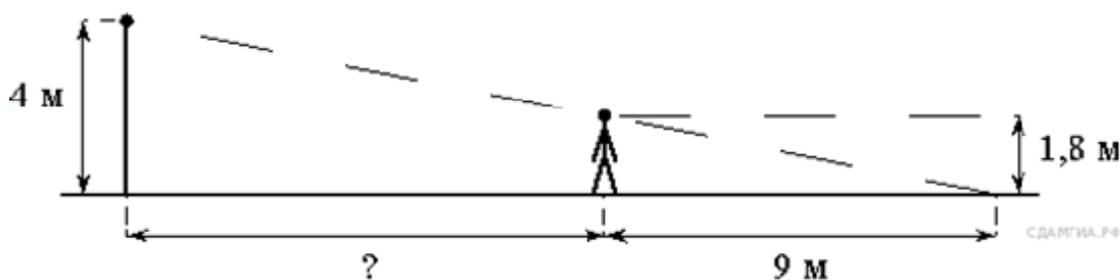
49. Лестницу длиной 3,7 м прислонили к дереву. На какой высоте (в метрах) находится верхний её конец, если нижний конец отстоит от ствола дерева на 1,2 м?



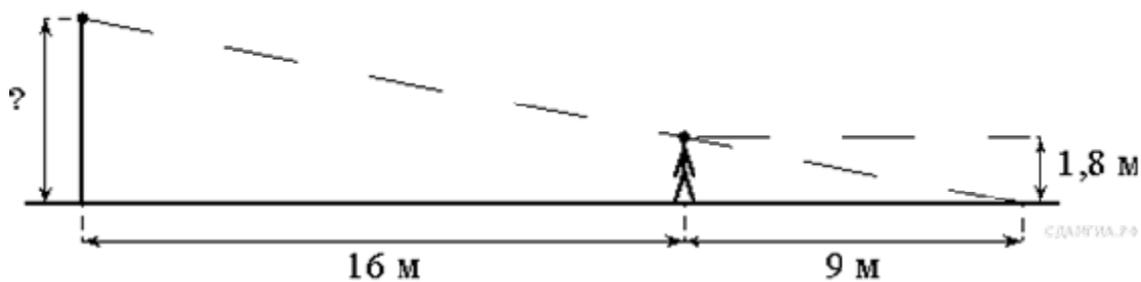
**50.** Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 15 м от земли. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 8 м. Найдите длину троса.

Ответ: 17

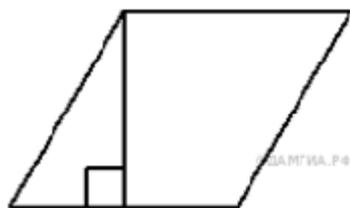
**51.** На каком расстоянии (в метрах) от фонаря стоит человек ростом 1,8 м, если длина его тени равна 9 м, высота фонаря 4 м?



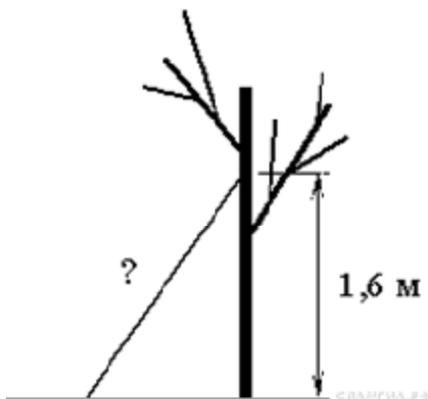
**52.** Человек, рост которого равен 1,8 м, стоит на расстоянии 16 м от уличного фонаря. При этом длина тени человека равна 9 м. Определите высоту фонаря (в метрах).



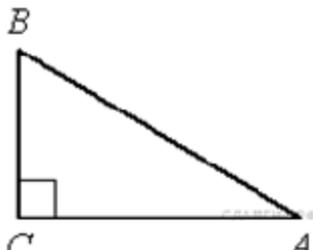
Ответ: 5



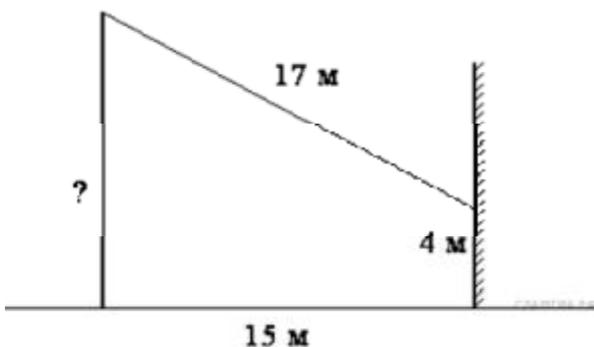
53. Сторона ромба равна 28, а острый угол равен  $60^\circ$ . Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?



54. Какова длина (в метрах) лестницы, которую прислонили к дереву, если верхний её конец находится на высоте 1,6 м над землёй, а нижний отстоит от ствола дерева на 1,2 м?  
 Ответ: 2



55. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой,  $AC = 4$ ,  $\cos A = 0,8$ . Найдите  $AB$ .  
 Ответ: 5



56. От столба к дому натянут провод длиной 17 м, который закреплён на стене дома на высоте 4 м от земли (см. рисунок). Вычислите высоту столба, если расстояние от дома до столба равно 15 м.  
 Ответ: 12

**57.** Девочка прошла от дома по направлению на запад 340 м. Затем повернула на север и прошла 60 м. После этого она повернула на восток и прошла ещё 420 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказалась девочка?

Ответ: 100

**58.** Девочка прошла от дома по направлению на запад 20 м. Затем повернула на север и прошла 800 м. После этого она повернула на восток и прошла ещё 200 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказалась девочка?

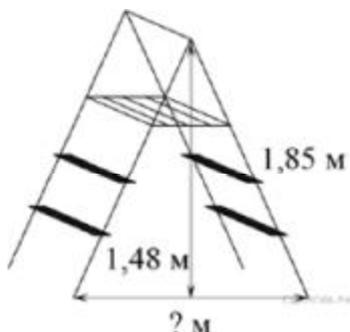
Ответ: 820

**59.** Девочка прошла от дома по направлению на запад 880 м. Затем повернула на север и прошла 900 м. После этого она повернула на восток и прошла ещё 400 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказалась девочка?

Ответ: 1020

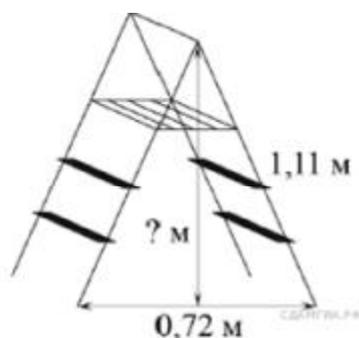
**60.** Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 400 м. Затем повернул на север и прошёл 90 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?

Ответ: 410



**61.** Длина стремянки в сложенном виде равна 1,85 м, а её высота в разложенном виде составляет 1,48 м. Найдите расстояние (в метрах) между основаниями стремянки в разложенном виде.

Ответ: 2,22



**62.** Длина стремянки в сложенном виде равна 1,11 м, а расстояние между её основаниями в разложенном виде составляет 0,72 м. Найдите высоту (в метрах) стремянки в разложенном виде.

Ответ: 1,05

## Заключение

Хотелось бы отметить, для того чтобы профессионально ориентированные математические задачи в должной мере служили средством формирования математических умений и профессиональных качеств личности, необходимо организовать их систематическое и целенаправленное использование в процессе обучения математике. Изучение особенностей проектирования математических задач с профессиональным содержанием представляет собой поиск научно-обоснованных способов их составления и предшествует конструированию.

Для обучающихся на данном жизненном этапе ведущим мотивом является подготовка к профессиональной деятельности. Поэтому профессиональная направленность обучения, в частности обучения математике, рассматривается в качестве важного мотивационного инструмента.

Профессиональная направленность обучения математике способствует: появлению у студентов четких мотивационных установок к изучению основ математической науки и к учебно-познавательной деятельности; повышению интереса к будущей профессиональной деятельности посредством использования в обучении информации, характеризующей различные грани профессиональной деятельности.

## Список литературы

1. Драницина Т.Ю. Формирование профессиональной компетентности будущего специалиста технического профиля в соответствии с потребностями регионального рынка труда. – Калуга, 2013.
2. Колесник Н.Е. Проектирование содержания общеобразовательных предметов для формирования профессионально важных качеств обучающихся СПО [Электронный ресурс] // Молодой ученый. – 2012. URL <https://moluch.ru/archive/42/5145/>.
3. Копецкая М.Г. Роль математики в профессиональной подготовке будущих специалистов ГПОУ «СЦБТ». – Сыктывкар, 2019. URL [http://scbt.info/new/metod\\_material/МАТЕМАТИКА.pdf](http://scbt.info/new/metod_material/МАТЕМАТИКА.pdf)
4. Мышкис А.Д. Что такое прикладная математика? Вестник высшей школы, 1967.
5. Налимов В.В. Логические основания прикладной математики. – М.: Издательство МГУ, 1979.
6. Петрова Е.М. Формирование математической компетентности будущего специалиста технического профиля в учреждениях среднего профессионального образования. – Калуга, 2013. [Электронный ресурс] // Научная библиотека диссертаций и авторефератов disserCat URL: <http://www.dissercat.com/content/formirovanie-matematicheskoi-kompetentnosti-budushchego-spetsialista-tekhnicheskogo-profilya>
7. Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Вводные лекции по прикладной математике. – М.: Наука, 1984.
8. Фоминых Ю.Ф. Книга для учителя «Прикладные задачи по алгебре». – М.: «Просвещение», 1999.