МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«КРЫМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В.И. ВЕРНАДСКОГО»
(ФГАОУ ВО «КФУ ИМ. В.И. ВЕРНАДСКОГО»)

Бахчисарайский колледж строительства,
архитектуры и дизайна (филиал)
ФГАОУ ВО «КФУ им. В.И. Вернадского»

Утверждаю
Директор Бахчисарайского
колледжа строительства,
архитектуры и дизайна
(филиал) ФГАОУ ВО «КФУ
им. В.И. Вернадского»
______________ Г.П. Пехарь

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНЕЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ЕН.01 МАТЕМАТИКА ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Специальности:
08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений,
08.02.08 Монтаж и эксплуатация оборудования и систем газоснабжения

для среднего профессионального образования

г. Бахчисарай
2016 г.

Рассмотрено и одобрено на заседании методического совета,
протокол № «10» от «21» июня 2016 г.

Введено в действие приказом директора
от «22» июня 2016 г. № 125

Составитель:
Боровская Е.А. Методические рекомендации по выполнению домашней контрольной работы по дисциплине ЕН.01 Математика для обучающихся заочной формы обучения по специальностям 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений, 08.02.08 Монтаж и эксплуатация оборудования и систем газоснабжения для среднего профессионального образования. – Бахчисарай, БКСАиД (филиал) ФГАОУ КФУ «им. В.И. Вернадского», 2016. – 30с.

Методические рекомендации предназначены для оказания помощи обучающихся заочного отделения при выполнении домашней контрольной работы по дисциплине ЕН.01 Математика. Методические рекомендации могут быть использованы обучающимися дневной формы обучения.

Рассмотрены и утверждены на заседании цикловой комиссии № 1 Общеобразовательных дисциплин математического и естественнонаучного цикла
26.05.2016 г.
Протокол № 9

Председатель ЦК ________________ Е.А. Боровская

1.Введение.

Основной целью данных методических рекомендаций является методическое обеспечение реализации федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальностям 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений; 08.02.08 Монтаж и эксплуатация оборудования и систем газоснабжения в части освоения обучающимися заочной формы обучения дисциплины ЕН.01Математика в соответствии с рабочей программой.

Обучающимся следует помнить, что все требования федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования к результатам освоения учебной дисциплины и к ее содержанию является обязательными для изучения и освоения. Содержание этих требований отражено в данных методических рекомендациях.

Домашняя контрольная работа - одна из форм самостоятельной работы обучающихся заочного отделения в межсессионный период. В процессе ее написания происходит закрепление и углубление теоретических знаний, применение их на практике, формируются умения анализировать рекомендованную литературу.

Заочная форма обучения предполагает, что в часы аудиторных занятий преподаватель прорабатывает в группе наиболее важные, основополагающие понятия и методы учебного курса. Глубина такой проработки и охват учебного материала существенно зависят от состава и уровня подготовки аудитории, мотивации и др. При этом большая часть учебного материала дисциплины выносится на самостоятельное изучение обучающихся. Изучение дисциплины ЕН.01 Математика завершается выполнением домашней контрольной работы и написанием письменного экзамена.

В настоящем пособии содержатся методические рекомендации к изучению теоретического материала и выполнению контрольных работ по дисциплине ЕН.01Математика, 25 вариантов этих контрольных работ и список рекомендуемой литературы.

2. Общие требования к выполнению домашней контрольной работы.

Письменная домашняя контрольная работа по дисциплине ЕН.01 Математика для обучающихся заочного отделения содержит 6 контрольных заданий (задач). Предполагается самостоятельное решение каждым обучающимся контрольных заданий своего варианта, подготовка и представление преподавателю на проверку письменного решения. Письменное решение контрольной работы должно быть аккуратно оформлено (с использованием ручки чёрного \ синего цвета) в отдельной тетради в клетку и подписано обучающимся.

Данные методические рекомендации включают также справочный материал, необходимый для выполнения контрольной работы, и подробные решения примерных вариантов работ.

Основной принцип изучения теоретического материала обучающимся заочной формы обучения - это самостоятельная работа над учебным материалом: чтение учебников, решение задач, выполнение контрольных заданий, для формирования общих и профессиональных компетенций.

После изучения определенной темы по учебнику, решения задач необходимо ответить на вопросы для самопроверки, помещенные в начале темы.

В соответствии с действующим учебным планом обучающиеся заочной формы обучения изучают курс математики в течение первого года и выполняют одну домашнюю контрольную работу.

При выполнении домашней контрольной работы, обучающийся должен руководствоваться следующими указаниями:

1. Домашняя контрольная работа должна выполняться в отдельной тетради (в клетку), на внешней обложке которой должны быть ясно написаны фамилия имя и отчество студента, его полный шифр, домашний адрес.

2. Контрольные задачи следует располагать в порядке номеров, указанных в заданиях. Перед решением каждой задачи надо полностью переписать ее условие.

3. Решение задач следует излагать подробно, делая соответствующие ссылки не вопросы теории с указанием необходимых формул, теорем.

4. Решение задач геометрического содержания должно сопровождаться чертежами, выполненными аккуратно, с указанием осей координат и единиц масштаба. Объяснения к задачам должны соответствовать обозначениям, приведенным на чертежах.

5. На каждой странице тетради необходимо оставлять поля шириной 3-4 см. для замечаний преподавателя.

6. Домашняя контрольная работа должна выполняться самостоятельно. Не самостоятельно выполненная работа лишает обучающегося возможности проверить степень своей подготовленности по теме.

7. Получив прорецензированную работу (как зачтенную, как и не зачтенную), обучающийся должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочеты в этой же тетради. В случае незачета по работе обучающийся обязан в кратчайший срок выполнить все требования рецензента и представить работу на повторное рецензирование, приложив при этом первоначально выполненную работу.

8. Работы, выполненные не по своему варианту, написанные не своей рукой, не засчитываются и возвращаются обучающемуся без оценки.

3.Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины ЕН.01 Математика:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:

- выполнять необходимые измерения и связанные с ними расчёты;
- вычислять площади и объёмы деталей строительных конструкций, объёмы земельных работ;
- применять математические методы для решения профессиональных задач;

В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:

- основные понятия о математическом синтезе и анализе, дискретной математики, теории вероятности и математической статистики;
- основные формулы для вычисления площадей фигур и объёмов тел, используемых в строительстве.

В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:

- изучить основные методы интегрирования – интегрирование методом замены переменной и интегрирование по частям;
- получить представление об определенном интеграле и его свойствах, научиться вычислять его по формуле Ньютона–Лейбница;
- научиться использовать определенный интеграл для решения геометрических задач, таких как вычисление площади плоской фигуры и объема тела вращения;
- знать основные понятия теории дифференциальных уравнений (порядок дифференциального уравнения, его общее и частное решения, начальные условия и др.) и уметь определять тип дифференциального уравнения.

Тема№1: «Основы математического синтеза и анализа»

1.1 Функция, предел, непрерывность.

Изучить по учебной литературе вопросы:

1. Функция. Основные понятия. Основные элементарные функции и их графики.
2. Определение предела функции.
3. Свойства пределов функций.
4. Вычисление пределов функций при наличии неопределенности типа 0/0.
5. Вычисление пределов функций, являющихся неопределенностями типа ∞/∞.
6. Понятие разрыва функции. Типы разрывов.
7. Первый и второй замечательные пределы.

Примеры решения задач

1. Вычислить пределы функций:

$$а)\ \lim_{x\to 3}\frac{2x+5}{x^2+1}=\lim_{x\to 3}\frac{2\cdot 3+5}{3^2+1}=\frac{11}{10}$$

В этом задании после подстановки числа 3 *в выражение функции получается число, отличное от* 0, *поэтому это число и является значением предела.*

$$б)\ \lim_{x\to 4}\frac{3x^2-11x-4}{x^2-4x}=($$ *в этом примере после подстановки числа* 4 *в функцию получается неопределенность типа* $0/0$. *Числитель и знаменатель дроби можно разложить на множители, используя школьные знания. После этого дробь следует сократить и в полученное выражение подставить число* 4 *для получения ответа.*)

$$=\lim_{x\to 4}\frac{(3x+1)(x-4)}{x(x-4)}=\lim_{x\to 4}\frac{3x+1}{x}=\frac{3\cdot 4+1}{4}=\frac{13}{4}=3{,}25$$

$$в)\ \lim_{x\to -2}\frac{\sqrt{3x+10}-\sqrt{2-x}}{\sqrt{x+3}-1}=($$ *в этом примере после подстановки числа* (-2) *в функцию получается неопределенность типа* $0/0$. *Числитель и знаменатель дроби следует домножить на сопряженные выражения и воспользоваться формулой разности квадратов.*

$$(\sqrt{3x+10}-\sqrt{2-x})(\sqrt{3x+10}+\sqrt{2-x})=(\sqrt{3x+10})^2-(\sqrt{2-x})^2=3x+10-2+x=$$
$$=4x+8=4(x+2)$$
$$(\sqrt{x+3}-1)(\sqrt{x+3}+1)=(\sqrt{x+3})^2-1^2=x+3-1=x+2)$$

$$=\lim_{x\to -2}\frac{4(x+2)(\sqrt{x+3}+1)}{(x+2)(\sqrt{3x+10}+\sqrt{2-x})}=\lim_{x\to -2}\frac{4(\sqrt{x+3}+1)}{\sqrt{3x+10}+\sqrt{2-x}}=\frac{4(\sqrt{-2+3}+1)}{\sqrt{-6+10}+\sqrt{2+2}}=\frac{8}{4}=2$$

$$г)\ \lim_{x\to\infty}\frac{3x+2x^2-11}{5x-6-x^2}$$

Если $x\to\infty$, *то в числителе и знаменателе дроби следует вынести за скобки большую степень* x (*в примере* x^2), *а затем сократить дробь на* x^2 *и воспользоваться свойствами пределов для получения ответа.*

Тогда заданный предел будет иметь вид:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2(\frac{3}{x}+2-\frac{11}{x^2})}{x^2(\frac{5}{x}-\frac{6}{x^2}-1)}=\frac{3\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}+2-11\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}}{5\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}-6\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}-1}=($$ *полученные пределы являются пределами бесконечно малых величин, которые равны* $0)=\dfrac{3\cdot 0+2-11\cdot 0}{5\cdot 0-6\cdot 0-1}=\dfrac{2}{-1}=-2$

д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3\sin 2x}{5x\cdot\cos x}$

В этом примере будем использовать первый замечательный предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin kx}{kx}=1$

Кроме того будем иметь в виду $\lim\limits_{x\to 0}\cos(kx)=1$. *Заданный предел будет иметь вид*

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{3\sin 2x}{2x}\right)\cdot\lim_{x\to 0}\frac{1}{5\cos x}=3\cdot 1\cdot\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$$

е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+4}{3x}\right)^{2x}$

В этом примере будем использовать второй замечательный предел, который можно применять в виде равенств:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e;\quad \lim_{y\to 0}(1+y)^{\frac{1}{y}}=e;\quad \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^{mx}=e^{km}\quad \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{k}{nx}\right)^{mx}=e^{\frac{km}{n}}$$

В примере получим: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{4}{3x}\right)^{2x}=\dfrac{4\cdot 2}{3}=\dfrac{8}{3}=2\dfrac{2}{3}$

1.2. Производная функции и её приложения.

Изучить по учебной литературе вопросы:

1. Производная функция: определение, свойства, таблица производных.
2. Геометрический и механический смысл производной.
3. Исследование функции на монотонность.
4. Исследование функции на выпуклость (вогнутость) и точки перегиба.
5. Исследование функции на экстремум.
6. Геометрический и механический смыслы производной.
7. Построение графика функции, используя схему исследования свойств.

Определение. ***Производной функции*** *f(x)* в точке x_0 называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, если приращение аргумента стремится к нулю. Обозначается *f'(x)*.

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x}=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

Операция нахождения производной называется ***дифференцированием*** функции.

Геометрический смысл производной: производная функции в точке x_0 равна угловому коэффициенту касательной, проведённой к графику данной функции в данной точке.

Механический смысл производной: мгновенная скорость прямолинейного движения материальной точки в любой момент времени есть производная от пути по времени: $v(t)=s'(t)$

Правила дифференцирования:

1) $C' = 0,\ \text{где } C - const$, **2)** $(u \pm v)' = u' \pm v'$, **3)** $(uv)' = u'v + v'u$,

4) $(Cu)' = Cu',\ \text{где } C - const$, **5)** $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$, **6)** $(f(g(x)))' = f'(g)\cdot g'(x)$.

Таблица производных

$(x^n)' = n\cdot x^{n-1}$	$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$	$(\sin x)' = \cos x$
$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x\ln a}$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(ex)' = ex$
$(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(ctgx)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$
$(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(ax)' = ax\cdot\ln a$	$(arctgx)' = \dfrac{1}{1+x^2}$
$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$	

Пример№1. Найти производную функции:

1) $y = 3x^4$ 2) $y = \dfrac{2}{x^5}$ 3) $y = 4\sqrt[3]{x}$ 4) $y = \dfrac{5}{\sqrt[5]{x^2}}$

5) $y = (x^3 - 1)(x^2 + x + 1)$ 6) $y = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$

Решение.

1) $y' = 3(x^4)' = 3\cdot 4x^{4-1} = 12x^3$.

2) Перепишем функцию в виде, удобном для дифференцирования: $y = 2x^{-5}$.

$$y' = -10x^{-6} = -\frac{10}{x^6}.$$

3) Перепишем функцию в виде, удобном для дифференцирования: $y = 4x^{\frac{1}{3}}$.

$$y' = 4\cdot\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1} = \frac{4}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{4}{3x^{2/3}} = -\frac{4}{3\sqrt[3]{x^2}}.$$

4) Перепишем функцию в виде, удобном для дифференцирования: $y = 5x^{-\frac{2}{5}}$.

$$y' = 5\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)x^{-\frac{2}{5}-1} = -2x^{-\frac{7}{5}} = -\frac{2}{x\sqrt[5]{x^2}}.$$

5) $$y' = (x^3-1)'(x^2+x+1) + (x^2+x+1)'(x^3-1) = 3x^2(x^2+x+1) + (2x+1)(x^3-1) =$$
$$= 3x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x^4 - 2x + x^3 - 1 = 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 1.$$

6) $$y' = \frac{(x^2+1)'(x^2-1) - (x^2-1)'(x^2+1)}{(x^2-1)^2} = \frac{2x(x^2-1) - 2x(x^2+1)}{(x^2-1)^2} = -\frac{4x}{(x^2-1)^2}.$$

Пример№2 Найти производную функции:

$$а)\ f(x)=6x^4-\frac{7}{2x\sqrt[3]{x^2}}+11 \quad б)\ \mathrm{f(x)}=\frac{4+3\cos 5x}{1-2\sin 2x} \quad в)\ \mathrm{f(x)}=\left(3e^{2x}-7x\right)\cdot arctg5x$$

$$г)\ \mathrm{f(x)}=\sqrt{\frac{\mathrm{tgx}}{x+2}} \quad д)\ \mathrm{f(x)}=\left(2\sin\frac{x}{5}+x^3\right)^5 \quad е)\ \mathrm{f(x)}=\arcsin\left(\frac{3x}{2x+1}\right)$$

Решение

При выполнении дифференцирования будем использовать свойства производных, таблицу производных, правило дифференцирования сложных функций.

$$а)\ f'(x)=\left(6x^4-\frac{7}{2}x^{-\frac{5}{3}}+11\right)'=6\cdot 4x^3-\frac{7}{2}\left(-\frac{5}{3}\right)\cdot x^{-\frac{8}{3}}+0=24x^3+\frac{35}{6\cdot x^2\cdot\sqrt[3]{x^2}};$$

$$б)\ f'(x)=\frac{(4+3\cos 5x)'\cdot(1-2\sin 2x)-(4+3\cos 5x)\cdot(1-2\sin 2x)'}{(1-2\sin 2x)^2}=$$

$$=\frac{(-15\sin 5x)\cdot(1-2\sin 2x)-(4+3\cos 5x)\cdot(-4\cos 2x)}{(1-2\sin 2x)^2}=$$

$$=\frac{-15\sin 5x+30\sin 5x\cdot\sin 2x+16\cos 2x+12\cos 5x\cdot\cos 2x}{(1-2\sin 2x)^2};$$

$$в)\ f'(x)=\left(3\cdot e^{2x}-7x\right)'\cdot arctg5x+\left(3\cdot e^{2x}-7x\right)\cdot(arctg5x)'=\left(6e^{2x}-7\right)\cdot arctg5x+$$

$$+\left(3\cdot e^{2x}-7x\right)\cdot\frac{5}{1+25x^2};$$

$$г)\ f'(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{tgx}{x+2}}}\cdot\left(\frac{tgx}{x+2}\right)'=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{x+2}{tgx}}\cdot\frac{\frac{1}{\cos^2 x}\cdot(x+2)-tgx\cdot(x+2)'}{(x+2)^2}=$$

$$=\frac{\sqrt{x+2}\cdot\left(x+2-tgx\cdot\cos^2 x\right)}{2\cos^2 x\cdot\sqrt{tgx}\cdot(x+2)^2};$$

$$д)\ f'(x)=5\cdot\left(2\sin\frac{x}{5}+x^3\right)^4\cdot\left(2\sin\frac{x}{5}+x^3\right)'=5\left(2\sin\frac{x}{5}+x^3\right)^4\cdot\left(\frac{2}{5}\cos\frac{x}{5}+3x^2\right);$$

$$е)\ f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{3x}{2x+1}\right)^2}}\cdot\left(\frac{3x}{2x+1}\right)'=\frac{(2x+1)}{\sqrt{4x^2+4x+1-9x^2}}\cdot\frac{3(2x+1)-3x\cdot 2}{(2x+1)^2}=$$

$$=\frac{3}{(2x+1)\sqrt{4x+1-5x^2}};$$

Пример№3. Найти производную сложной функции:

1) $y=\left(x^2-5x+8\right)^6$ 2) $y=\frac{1}{\left(x^2-1\right)^4}$

3) $y=\sqrt{4-x^2}$ 4) $y=\sqrt[3]{\left(x^3+1\right)^2}$.

Решение.

Производная сложной функции вычисляется по правилу дифференцирования 6.

1) $y' = 6\left(x^2 - 5x + 8\right)^5 \left(x^2 - 5x + 8\right)' = 6\left(x^2 - 5x + 8\right)^5 (2x - 5).$

2) *Перепишем функцию в виде, удобном для дифференцирования:* $y = \left(x^2 - 1\right)^{-4}$.

$$y' = -4\left(x^2 - 1\right)^{-5} \cdot \left(x^2 - 1\right)' = -\frac{4}{\left(x^2 - 1\right)^5} \cdot 2x = -\frac{8x}{\left(x^2 - 1\right)^5}$$

3) $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{4 - x^2}} \cdot \left(4 - x^2\right)' = \dfrac{-2x}{2\sqrt{4 - x^2}} = -\dfrac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$.

4) *Перепишем функцию в виде, удобном для дифференцирования:* $y = \left(x^3 + 1\right)^{\frac{2}{3}}$.

$$y' = \frac{2}{3}\left(x^3 + 1\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot 3x^2 = \frac{2x^2}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}.$$

Пример№4 Выполнить исследование свойств функции по первой и второй производным и построить график функции $f(x)=x^3 - 3x^2 - 45x + 20$

Решение

Воспользуемся некоторыми пунктами исследования функции:

1)Областью определения этой функции является множество всех действительных чисел. Эта функция не является четной или нечетной. График этой функции не имеет асимптот.

2) Найдем первую производную и определим соответствующие свойства функции. $f'(x)=3x^2 - 6x - 45$. *Решим уравнение* $3x^2 - 6x - 45 = 0$. *Корнями уравнения являются числа (-3) и 5.*

Воспользуемся таблицей:

x	*(-¥; -3)*	*-3*	*(-3;5)*	*5*	*(5;¥)*
f'(x)	+	*0*	-	*0*	+
f(x)	↗	*max*	↘	*min*	↗

Функция возрастает в интервалах (-¥;-3) и (5;¥), убывает в интервале (-3; 5).
Функция имеет максимальное значение f(-3)=101, имеет минимальное значение f(5)= - 155.

3) Найдем вторую производную $f''(x)=(3x^2 - 6x - 45)'=6x-6$.

Решим уравнение 6x-6=0. Решением уравнения является x=1.

Для определения свойств функции воспользуемся таблицей:

x	*(-¥; 1)*	*1*	*(1;¥)*
f''(x)	-	*0*	+
f(x)	Ç *выпуклая*	*точка перегиба*	È *вогнутая*

4) Для построения графика функции воспользуемся результатами вычислений, оформленными в виде таблицы:

x	*- 6*	*-5*	*-3*	*- 1*	*0*	*1*	*2*	*4*	*5*	*7*	*9*
f(x)	*- 34*	*45*	*101*	*61*	*20*	*- 27*	*-74*	*-144*	*-155*	*-99*	*101*
			max			*пер.*			*min*		

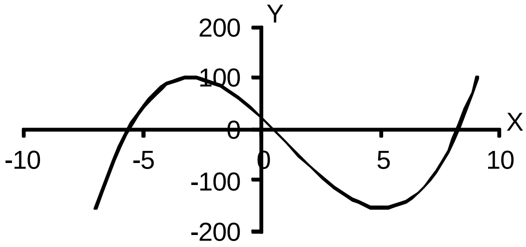


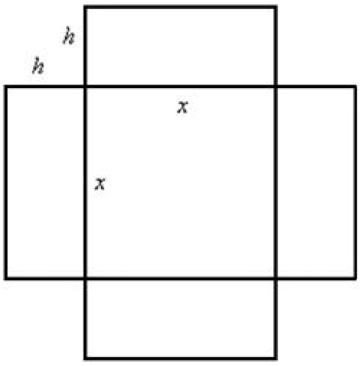
График функции f(x)

Пример№5

Определите размеры открытого бассейна объемом $V = 32\ м^3$, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным дном, на облицовку стен и дна которого уйдет наименьшее количество материала.

Решение:

представили бассейн. Квадратное дно. Стены. Размеры бассейна однозначно определяются его длиной и шириной, которые в данном случае совпадают (по условию дно квадратное) *и глубиной* (высотой стенки). *Требуется найти* ***такие*** *размеры бассейна, чтобы на облицовку его поверхности ушло наименьшее количество материала (например, плитки). Из чего следует, что нам нужно составить функцию суммарной площади дна и 4-х стен. Изобразим на чертеже* развёртку *бассейна – его дно и 4 стенки, которые аккуратно лежат рядышком:*



За «икс» здесь, конечно же, напрашивается обозначить сторону квадрата. Тогда площадь дна равна x^2. *Осталось выразить* h *– высоту стены и найти её площадь* xh.

По условию, объём бассейна равняется 32-м кубическим метрам. Даже не вспоминая и не разыскивая соответствующую формулу, нетрудно сообразить, что объём прямоугольного параллелепипеда – это произведение площади его «дна» на высоту:

$V = x^2 h$

В нашем случае: $x^2 h = 32 \quad \Rightarrow \quad h = \dfrac{32}{x^2}$.

Составим функцию суммарной площади дна и 4-х одинаковых стен бассейна:

$$s(x) = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{32}{x^2} = x^2 + \frac{128}{x}$$

Найдем критические точки:

$$s'(x) = \left(x^2 + \frac{128}{x}\right)' = 2x - \frac{128}{x^2} = \frac{2(x^3 - 64)}{x^2} = 0$$

$x = 4$ *– критическая точка.*

Проверим выполнение достаточного условия экстремума:

$$s''(x) = \left(2x - \frac{128}{x^2}\right)' = 2 + \frac{128 \cdot 2}{x^3}$$

$s''(4) = 2 + \dfrac{128 \cdot 2}{64} = 2 + 4 = 6 > 0$, *значит, функция* $s(x)$ *достигает минимума в точке* $x = 4$.

Таким образом:

сторона оптимального бассейна $x = 4\ м$;

глубина $h = \dfrac{32}{x^2} = \dfrac{32}{4^2} = 2\ м$;

при этом минимальная площадь облицовки:

$$s_{\min} = s(4) = 4^2 + \frac{128}{4} = 16 + 32 = 48\ м^2$$.

Ответ: *сторона оптимального бассейна: 4* м*, глубина: 2* м*; при этом минимальная площадь облицовки* $48\ м^2$.

1.3. Неопределённый интеграл. Определённый интеграл и его приложения.

Изучить по учебной литературе вопросы:

1. Неопределенный интеграл: определение, свойства, таблица интегралов.
2. Способы вычисления неопределенного интеграла: непосредственное интегрирование, способ подстановки, способ интегрирования по частям.
3. Определенный интеграл: определение, свойства, геометрический смысл.
4. Способы вычисления определенного интеграла.
5. Применение определенного интеграла к решению практических задач: вычисление площадей плоских фигур.

<u>Определение.</u> Функция *F(x)* называется ***первообразной*** для функции *f(x)* на промежутке, если в любой точке этого промежутка её производная равна *f(x)*:

$F'(x) = f(x)$.

Отыскание первообразной функции есть действие, обратное дифференцированию, - интегрирование.

<u>Определение.</u> Совокупность первообразных для функции *f(x)* называется ***неопределённым интегралом*** и обозначается символом $\int f(x)dx$. Таким образом:

$\int f(x)dx = F(x) + C$, где *f(x)dx* – подынтегральное выражение, С – постоянная.

<u>Свойства неопределённого интеграла.</u>

1) Неопределённый интеграл суммы функций равен алгебраической сумме неопределённых интегралов этих функций.

2) Постоянный множитель подынтегрального выражения можно вынести за знак неопределённого интеграла.

3) Если функция имеет вид *f(kx+b)*, то неопределённый интеграл вычисляется по формуле: $\int f\,(kx+b) = \dfrac{1}{k} \cdot F(kx+b) + C$.

Приведем *таблицу основных неопределенных интегралов.* (Отметим, что здесь, как и в дифференциальном исчислении, буква *u* может обозначать как независимую переменную *(u=x)*, так и функцию от независимой переменной *(u=u(x))*.)

1. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C$ *(n≠-1).*

2. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$ *(a >0, a≠1).*

3. $\int e^u du = e^u + C.$

4. $\int \frac{du}{u} = \ln|u| + C.$

5. $\int \sin u du = -\cos u + C.$

6. $\int \cos u du = \sin u + C.$

7. $\int \frac{du}{\cos^2 u} = tgu + C.$

8. $\int \frac{du}{\sin^2 u} = -ctgu + C.$

Определение. Приращение *F(b) – F(a)* любой из первообразных некоторой функции при изменении аргумента от $x = a$ до $x = b$ называется ***определённым интегралом*** от a до b функции *f(x)* и обозначается $\int_a^b f(x)dx$. Числа a и b называются пределами интегрирования.

При вычислении определённого интеграла используется *формула Ньютона-Лейбница*: $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.

Пример №1. Найти неопределённые интегралы:
1) $\int \cos xdx$ 2) $\int 3x^5 dx$ 3) $\int (4x^3 - 6x^2 + 2x + 3)dx$.
Решение.
1) $\int \cos xdx = \sin x + C$;

2) $\int 3x^5 dx = 3 \cdot \int x^5 dx = 3 \cdot \frac{x^6}{6} + C = \frac{x^6}{2} + C$;

3) $\int (4x^3 - 6x^2 + 2x + 3)dx = 4 \cdot \frac{x^4}{4} - 6 \cdot \frac{x^3}{3} + 2 \cdot \frac{x^2}{2} + 3x + C = x^4 - 2x^3 + x^2 + 3x + C$.

Пример №2. Вычислить:
1) $\int_3^5 dx$; 2) $\int_{-1}^2 (x^2 - 3x + 7)dx$; 3) $\int_0^1 \frac{dx}{e^{2x}}$; 4) $\int_1^3 (6x-3)^6 dx$.

Решение. 1) $\int_3^5 dx = x\Big|_3^5 = 5 - 3 = 2$;

2) $\int_{-1}^{2}\left(x^2-3x+7\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+7x\right)\Big|_{-1}^{2}=\left(\frac{8}{3}-6+14\right)-\left(-\frac{1}{3}-\frac{3}{2}-7\right)=19{,}5.$

3) $\int_{0}^{1}\frac{dx}{e^{2x}}=\int_{0}^{1}e^{-2x}dx=-\frac{1}{2}e^{-2x}\Big|_{0}^{1}=-\frac{1}{2}\left(e^{-2}-e^{0}\right)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{e^2}\right).$

4) $\int_{1}^{3}(6x-3)^6dx=\frac{1}{6}\cdot\frac{(6x-3)^7}{7}\Big|_{1}^{3}=\frac{15^7}{42}-\frac{3^7}{42}=\frac{15^7-3^7}{42}.$

Пример №3 Найти неопределенные интегралы:

$$а)\int\left(23-7x^6+\frac{3x\sqrt{x}-2}{x^3}\right)dx \quad б)\int\frac{x\cdot\cos 5x+2x^2e^{x^2}}{x}dx$$

$$в)\int\frac{4tgx\left(3tg^2x+2\right)}{\cos^2x}dx \quad г)\int\frac{\left(2\ln\frac{x}{2}+x^2\right)}{x}dx$$

Решение

При решении примеров следует пользоваться свойствами неопределенных интегралов, таблицей интегралов, в которую включена формула интеграла функции линейного аргумента, непосредственным интегрированием и методом подстановки.

$$а)\int\left(23-7x^6+3x^{-1,5}-2x^{-3}\right)dx=23x+3\cdot\frac{x^{-0,5}}{-0,5}-2\cdot\frac{x^{-2}}{-2}+C=23x-\frac{6}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2}+C$$

б) Выполнив почленное деление в подынтегральной функции, получим:

$$\int\left(\cos 5x+2x\cdot e^{x^2}\right)dx=\frac{1}{5}\sin 5x+2\int x\cdot e^{x^2}dx=\frac{1}{5}\sin 5x+e^{x^2}+C$$

При интегрировании во втором слагаемом воспользуемся подстановкой $\mathrm{t}=\mathrm{x}^2$, *тогда получим* $dt=2xdx$, $\int \mathrm{x}\cdot e^{x^2}dx=\frac{1}{2}\int e^t dt=\frac{1}{2}\cdot e^t+C=\frac{1}{2}\cdot e^{x^2}+C$

Воспользуемся подстановкой $\mathrm{t}=\mathrm{tgx}$, тогда $\mathrm{dt}=\frac{\mathrm{dx}}{\cos^2x}$; *интеграл примет вид*

в)

$$\int 4\mathrm{t}\left(3\mathrm{t}^2+2\right)dt=\int\left(12t^3+8t\right)dt=12\cdot\frac{t^4}{4}+8\cdot\frac{t^2}{2}+C=3tg^4x+4tg^2x+C$$

г) Будем использовать подстановку:

$t=2\ln\frac{x}{2}+5$; $dt=2\cdot\frac{2}{x}\cdot\frac{1}{2}dx=\frac{2}{x}dx$; *получим интеграл* :

$$\int \mathrm{t}^2\cdot\frac{dt}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{t^3}{3}=\frac{1}{6}\left(2\ln\frac{x}{2}+5\right)^3+C$$

д) Воспользуемся подстановкой:

$t=4\sin 3x+7$; $dt=12\cos 3xdx$; *интеграл примет вид* : $\int\frac{\mathrm{dt}}{12\sqrt{\mathrm{t}}}=\frac{1}{12}\cdot\frac{2\sqrt{t}}{1}+C=\frac{\sqrt{4\sin 3x+7}}{6}+C$

Пример №4 Вычислить определенные интегралы:

$$а)\int_{-1}^{2}\left(2x-6x^2+5\right)dx;\quad б)\int_{0}^{4}\ln4\cdot\left(5\cdot4^x-2^x\right)dx\quad в)\int_{-\frac{p}{4}}^{p}\frac{\sin2xdx}{\sqrt{1-\cos^2 2x}}$$

Решение

При вычислении определенных интегралов используем формулу Ньютона-Лейбница

$\int_a^b f(x)dx=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a)$. *Получение первообразной функции* **F(x)** *будем выполнять или непосредственно или способом подстановки.*

$$а)\int_{-1}^{2}\left(2x-6x^2+5\right)dx=(2\cdot\frac{x^2}{2}-6\cdot\frac{x^3}{3}+5x)\Big|_{-1}^{2}=(2^2-2^3+5\cdot2)-((-1)^2-2\cdot(-1)^3+5(-1))=$$
$$=6-(-2)=8$$

б)
$$\int_0^2\ln2\left(5\cdot4^x-2^x\right)dx=\ln2\cdot\left(5\cdot\frac{4^x}{\ln4}-\frac{2^x}{\ln2}\right)\Big|_0^2=\ln2\cdot\left(5\cdot\frac{4^2}{\ln4}-\frac{2^2}{\ln2}-5\cdot\frac{4^0}{\ln4}+\frac{2^0}{\ln2}\right)=$$
$$=40-4-2{,}5+1=34{,}5$$

$в)$ *Воспользуемся подстановкой* : $\mathrm{t}=\cos2\mathrm{x}$, тогда $\mathrm{dt}=-2\sin2\mathrm{x}\mathrm{dx}$,

пересчитаем пределы для новой переменной : $\mathrm{t}_{н}=\cos\left(-\frac{p}{2}\right)=0;\ t_{в}=\cos2p=1$

Заданный интеграл примет вид : $-\frac{1}{2}\int_0^1\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}=-\frac{1}{2}\cdot\left(\arcsin t\right)\Big|_0^1=-\frac{1}{2}\cdot\left(\arcsin1-\arcsin0\right)=$

$$=-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{p}{2}-0\right)=-\frac{p}{4}$$

Пример №5 Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=1-x^2+4x$ и $2x-y-2=0$

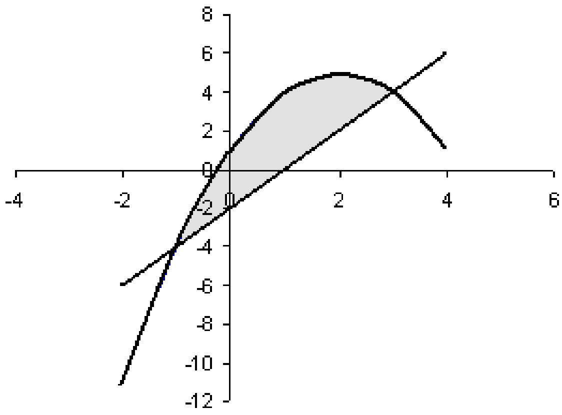
Для определения точек пересечения линий составим уравнение из равенства выражений этих линий: $1-x^2+4x=2x-2$; *получим уравнение:* $x^2-2x-3=0$.

Корнями этого уравнения являются числа: (-1) *и* 3. *Для построения линий найдем значения функций и составим их таблицы:*

x	-1	0	1	2	3
y_1	-4	1	4	5	4

x	-1	3
y_2	-4	4

Построив фигуру на плоскости, вычислим ее площадь, определив значение интеграла



$$S_{ф.}=\int_{-1}^{3}\left(1-x^2+4x-2x+2\right)\mathrm{dx}=\int_{-1}^{3}\left(3+2x-x^2\right)dx=(3x+x^2-\frac{x^3}{3})\Big|_{-1}^{3}=$$

$$=(9+9-9)-(-3+1+\frac{1}{3})=10\frac{2}{3}\,(кв.ед.)$$

Тема№2: Основные понятия теории вероятностей и математической статистики.

Изучить по учебной литературе вопросы:

1. Случайные события, их виды.
2. Вероятность случайного события, способы ее получения.
3. Комбинаторика. Применение элементов комбинаторики к вычислению вероятности.
4. Действия над случайными событиями, вычисление вероятностей результатов действий.
5. Случайные величины, их виды. Закон распределения случайной величины
6. Ряд и функция распределения дискретной случайной величины.
7. Математическое ожидание дискретной случайной величины.
8. Дисперсия дискретной случайной величины.

Пример №1 Имеется набор разноцветных шариков, среди которых 5 синих, 3 красных и 2 зеленых. Наугад извлекают 4 шарика. Найти вероятность того, что среди извлеченных шариков 2 синих, 1 красный и 1 зеленый.

Решение

Для определения вероятности случайного события будем использовать классическую формулу $P(A)=\frac{m}{n}$, *в которой* n *– число всех возможных исходов,* m*- число исходов, благоприятных появлению события. В задаче значения этих величин следует находить*

$$n=C_{10}^{4}=\frac{10!}{4!\cdot 6!}=\frac{7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}=210 \quad m=C_5^2\cdot C_3^1\cdot C_2^1=10\cdot 3\cdot 2=60$$

при помощи сочетаний.

$$P(A)=\frac{60}{210}=\frac{2}{7}$$

Пример №2 Из карточек разрезной азбуки составлено слово «панорама». Карточки перемешали и наудачу по одной извлекают 5 карточек, выкладывая их в порядке извлечения. Найти вероятность того, что окажется составленным слово «роман».

Решение:

В этой задаче можно воспользоваться произведением зависимых случайных событий А – получение слова «роман»; B_1 – извлечение первой карточки с буквой «р»; B_2 – извлечение второй карточки с буквой «о»; и т.д. Тогда $A=B_1 \cdot B_2 \cdot B_3 \cdot B_4 \cdot B_5$

$$P(A)=P(B_1)\cdot P(B_2)\cdot P(B_3)\cdot P(B_4)\cdot P(B_5)=\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{2240}$$

Пример №3 В трех ящиках имеется по 6 одинаковых изделий, среди которых соответственно 2, 1, 3 бракованных. Наугад из каждого ящика извлекают по одному изделию. Найти вероятность того, что среди них окажутся два качественных и одно бракованное изделия.

Решение:

Для решения задачи рассмотрим события: А – извлечение двух качественных и одного бракованного изделий, B_1 – извлечение качественного изделия из первого ящика; B_2 – извлечение качественного изделия из второго ящика; B_3– извлечение качественного изделия из третьего ящика; извлечение бракованного изделия для каждого ящика является событиями $\overline{B}_1, \overline{B}_2, \overline{B}_3$. Составим событие А и вычислим его вероятность

$$A = B_1 \cdot B_2 \cdot \overline{B}_3 + B_1 \cdot \overline{B}_2 \cdot B_3 + \overline{B}_1 \cdot B_2 \cdot B_3$$

$$P(A)=\frac{4}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{6}+\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{6}+\frac{2}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{6}=\frac{92}{216}=\frac{23}{54}$$

Пример №4 Вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины, составить функцию распределения, начертить многоугольник распределения и график функции распределения. Имеется заданный ряд распределения дискретной случайной величины

x_i	-1	2	6
p_i	0,5	0,3	0,2

Решение:

Для вычисления математического ожидания воспользуемся формулой $M(X)=\sum_i x_i \cdot p_i$

Получим $M(X)=(-1)\cdot 0{,}5+2\cdot 0{,}3+6\cdot 0{,}2=1{,}3$

Для вычисления дисперсии воспользуемся двумя соотношениями, одно из которых соответствует определению дисперсии, другое – ее свойству.

$$D(X)=\sum_i \left(x_i - M(X)\right)^2 \cdot p_i; \quad D(X)=M(X^2)-M^2(X)$$

В примере получим: $D(X)=(-1-1{,}3)^2\cdot 0{,}5+(2-1{,}3)^2\cdot 0{,}3+(6-1{,}3)^2\cdot 0{,}2=7{,}21$

$M(X^2)=(-1)^2\cdot 0{,}5+2^2\cdot 0{,}3+6^2\cdot 0{,}2=8{,}9$

$D(X)=8{,}9-1{,}3^2=7{,}21$ *(значения должны совпадать)*

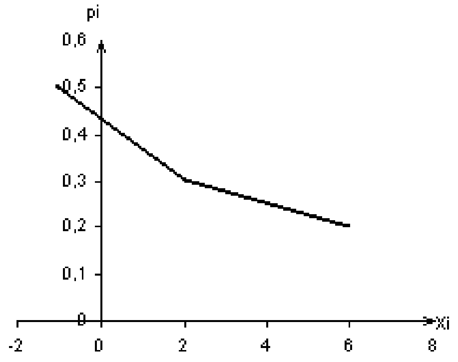
Для построения многоугольника распределения нужно на координатной плоскости построить точки (x_i ;p_i) и последовательно их соединить отрезками.

Для построения функции распределения воспользуемся схемой:

$$F(x)=\begin{cases} 0 \ \textit{при} \ x \le x_1 \\ p_1 \ \textit{при} \ x_1 < x \le x_2 \\ p_1+p_2 \ \textit{при} \ x_2 < x \le x_3 \\ p_1+p_2+p_3 \ \textit{при} \ x > x_3 \end{cases}$$

В примере получим $F(x)=\begin{cases} 0 \ \textit{при} \ x \le -1 \\ 0{,}5 \ \textit{при} \ -1 < x \le 2 \\ 0{,}8 \ \textit{при} \ 2 < x \le 6 \\ 1 \ \textit{при} \ x > 6 \end{cases}$

Используя значения заданного примера получим графики:



Многоугольник распределения

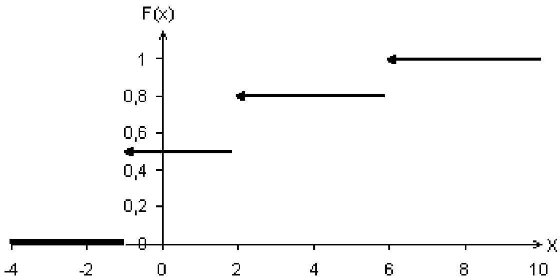


График функции распределения

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
1 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(x) = (\cos x - 1)(\operatorname{tg} x + 2x)$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-3x+2}{14-x-3x^2}$; *а*) $x_0 = 1$; *б*) $x_0 = 2$; *в*) $x_0 = \infty$.

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int(\cos x + 5x)\,dx$; *б*) $\int\dfrac{2x^2dx}{\cos^2 x^3}$; *в*) $\int(2x+1)\sin 3x\,dx$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_2^5 4dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\,dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y = x^3 - 1$; $y = 0$; $x = 0$.

6. Из слова «вероятность» наугад выбирается одна буква.
Какова вероятность того, что выбранная буква гласная?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
2 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(x) = \dfrac{\cos x - x^{-4} + 5}{\sqrt{x}}$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-6x-7}{3x^2+x+2}$; *а*) $x_0 = -2$; *б*) $x_0 = -1$; *в*) $x_0 = \infty$.

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int(3x^2 + 2x - 1)\,dx$; *б*) $\int\dfrac{\sin x\,dx}{(1+\cos x)^2}$; *в*) $\int(x-1)e^{2x}dx$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_1^3 2dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y = x^2 - 3x - 4$; $y = 0$.

6. В группе 6 юношей и 18 девушек. По жребию разыгрывается один билет в театр.
Какова вероятность того, что билет получит девушка?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
3 ВАРИАНТ
4

1. Найти производную функции $f(x) = \sin(x^{15} + \sqrt{x} - 3)$

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{x^2 + 8x + 7}{3x^2 - x - 4}$; $а)\ x_0 = -2;\ б)\ x_0 = -1;\ в)\ x_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:
 а) $\int(\frac{1}{x} - \frac{2}{sin^2 x})$ dx; $б) \int \dfrac{3x^2 + 1dx}{\sqrt{3x^3 + 3x}}$; $в) \int x\cos 2x dx$

4. Вычислить определенный интеграл.
а) $\int_1^4 \frac{5\sqrt{x}}{x}$ dx; б) $\int_1^4 (x^2 - 6x + 9)$dx;

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y^2 = 4x$ и $x^2 = 4y$.

6. В группе из 20 человек, 5студентов не подготовили задание.
 Какова вероятность того, что два первых студента, вызванных наугад, будут не готовы к ответу?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
4 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(x) = \ln(ctgx + x^{-2} + 5)$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{x^2 + 3x + 2}{3x^2 - 2x - 16}$; $а)\ x_0 = 2;\ б)\ x_0 = -2;\ в)\ x_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:
 а) $\int(3x^2 + 2x - 1)$ dx; $б) \int x\sqrt{1 - x^2}dx$; $в) \int arctg 2x dx$

4. Вычислить определенный интеграл.
а) $\int_2^5 4dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx.$

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = 5x - x^2 + 6$ и осью ох.

6. Сколькими способами могут занять 1, 2, 3 места 8 команд - участниц городского турнира по волейболу?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
5 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(\mathrm{x}) = \dfrac{\mathrm{tgx} + \mathrm{x}^{-5}}{\mathrm{x}^4}$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{2x^2 - 7x + 6}{6 - x - x^2}$; $a)\ x_0 = 1;\ б)\ x_0 = 2;\ в)\ \mathrm{x}_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{\sin^2 x}\right)\mathrm{dx}$; $б)\ \int \dfrac{dx}{\sqrt{4 - 5x^2}}$; $в)\ \int (8\mathrm{x} - 2)\sin 5\mathrm{xdx}$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_1^3 2dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx.$

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y = x^3,\ y = x^2,\ x = -1,\ x = 0.$

6. Из 15 членов туристической группы надо выбрать 3 дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
6 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(\mathrm{x}) = \cos(x^3 - 2x + 4)$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{5x^2 - x - 4}{3x - x^2 - 2}$; $a)\ x_0 = -1;\ б)\ x_0 = 1;\ в)\ \mathrm{x}_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int (\cos x + 5x)\,\mathrm{dx}$; $б)\ \int \dfrac{\cos\mathrm{x}dx}{\sin^2 x}$; $в)\ \int \mathrm{x}^3 \ln\mathrm{xdx}$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_2^5 4dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx.$

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$\mathrm{y} = x^2 - 6x + 8$ и осью ох.

6. Составьте все двузначные числа, в записи которых используются только цифры 3,5,7,9.Сколько двузначных чисел можно записать, если использовать при записи числа каждую из указанных цифр один раз?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
7 ВАРИАНТ

1.Найти производную функции $f(\text{x}) = \sqrt{\cos x - 3x^7}$;

2.Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{3x^2 + x - 4}{4x - x^2 - 3}$; $a)\ x_0 = -1;\ б)\ x_0 = 1;\ в)\ \text{x}_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int (3x^2 + 2x - 1)$ dx; $б) \int \dfrac{\sin x dx}{(1 + \cos x)^3}$; $в) \int \sqrt{x}\ln 3x dx$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_1^3 2dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$\text{y} = x^2$ $и$ $y = x + 2$.

6. В классе десять предметов и пять уроков в день. Сколькими способами можно составить расписание на один день?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
8 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(\text{x}) = \dfrac{\ln x + 6x^3}{\sin x}$

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{4x^2 - 3x - 1}{5x - x^2 - 4}$; $a)\ x_0 = -1;\ б)\ x_0 = 1;\ в)\ \text{x}_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{\sin^2 x}\right)$ dx; $б) \int \dfrac{\ln^3 x dx}{x}$; $в) \int \text{x}^3 \ln x dx$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_1^4 \frac{5\sqrt{x}}{x}$ dx; б) $\int_1^4 (x^2 - 6x + 9)$dx;

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$\text{y} = x^2 - 4x - 5$ и осью ох.

6. В группе из 40 человек, 10студентов не подготовили задание.
Какова вероятность того, что два первых студента, вызванных наугад, будут не готовы к ответу?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
9 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(x) = \dfrac{\cos x - 5}{x^7}$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{2x^2 - x - 10}{x^2 + 3x + 2}$; *а*) $x_0 = 2$; *б*) $x_0 = -2$; *в*) $x_0 = \infty$.

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int (3x^2 + 2x - 1)\,dx$; *б*) $\int \dfrac{dx}{x \ln x}$; *в*) $\int x^3 \ln x dx$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_2^5 4dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y = 6x - 3x^2$ и осью ох.

6. Сколькими способами можно выбрать 4 делегата на конференцию, если в группе 20 человек?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
10 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(x) = (2\,\mathrm{ctg}x - 3x)^3$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{4 - x - 3x^2}$; *а*) $x_0 = -1$; *б*) $x_0 = 1$; *в*) $x_0 = \infty$.

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{\sin^2 x}\right) dx$; *б*) $\int \dfrac{x dx}{(x^2 + 1)^2}$; *в*) $\int (3x + 7)\sin 5x dx$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_1^3 2dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y = x^2 + 2$ *и* $y = 2x + 2$.

6. Наудачу бросают два кубика. Какова вероятность того, что
а) на обоих кубиках выпало 5 очков?
б) выпало одинаковое число очков?
в) сумма выпавших очков равна 5?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
11 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(x) = 3^{\cos x - x^5}$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 3x - 4}$; $a)\ x_0 = 2$; $б)\ x_0 = -1$; $в)\ x_0 = \infty$.

3. Найти неопределенный интеграл:
а) $\int (\cos x + 5x)\,dx$; $б)\ \int e^x \sqrt{1 + e^x}\,dx$; $в)\ \int (12x + 2)\sin 3x\,dx$

4. Вычислить определенный интеграл.
а) $\int_2^5 4dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
$y = x^2 + 2$, $y = x + 4$

6 .Четырем игрокам раздается поровну колода из 32 карт. Какова вероятность того, что каждый игрок получил карты только одной масти?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
12 ВАРИАНТ

1.Найти производную функции $f(x) = (x - 1)^2$;

2.Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{2x^2 - x - 6}{5x - x^2 - 6}$; $a)\ x_0 = 1$; $б)\ x_0 = 2$; $в)\ x_0 = \infty$.

3. Найти неопределенный интеграл:
а) $\int (3x^2 + 2x - 1)\,dx$; $б)\ \int \dfrac{\cos x\,dx}{\sin^2 x}$; $в)\ \int \sqrt[3]{x} \ln 2x\,dx$

4. Вычислить определенный интеграл.
а) $\int_1^3 2dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
$y = -x^2 - 2x$, $y = 0$.

6. В коробке 15 неразличимых конфет, из которых 7 с шоколадной начинкой и 8 с фруктовой. Берут наугад две конфеты. Какова вероятность того, что
а) обе конфеты с шоколадной начинкой
б) обе конфеты с фруктовой начинкой
в) одна с шоколадной, другая с фруктовой

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
13 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(x) = (1 - \ln x)(\mathrm{tg}x - 2x)$

2. Вычислить: $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3x^2-7x+2}{6-x-x^2}$; *а*) $x_0 = 1$; *б*) $x_0 = 2$; *в*) $x_0 = \infty$.

3. Найти неопределенный интеграл:
а) $\int(\frac{1}{x} - \frac{2}{\sin^2 x})\,dx$; *б*) $\int(x+3)e^{x^2+6x-1}dx$; *в*) $\int x\sin 8x\,dx$

4. Вычислить определенный интеграл.
а) $\int_1^4(x^2 - 6x + 9)dx$; в) $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{6}{\cos^2 x}\,dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
$y = x^3$, $y = x$, $x = 0$; $x = 1$

6. Наудачу бросают два кубика. Какова вероятность того, что
а) на обоих кубиках выпало 6 очков?
б) выпало одинаковое число очков?
в) сумма выпавших очков равна 6?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
14 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(x) = (3 - 2x)(\cos x - 6)$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-5x-14}{2x^2+x-6}$; *а*) $x_0 = 2$; *б*) $x_0 = -2$; *в*) $x_0 = \infty$.

3. Найти неопределенный интеграл:
а) $\int(3x^2 + 2x - 1)\,dx$; *б*) $\int x^2\sqrt{1-x^3}\,dx$; *в*) $\int \arccos x\,dx$

4. Вычислить определенный интеграл.
а) $\int_2^5 4dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
$y = 6\sqrt{x}$ $y = 2x$.

6. В группе 6 юношей и 18 девушек. По жребию разыгрывается один билет в театр.
Какова вероятность того, что билет получит юноша?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
15 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(x) = (2 - 3x)^3$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{4x^2 - 5x + 1}{3x^2 - x - 2}$; *а*) $x_0 = -1$; *б*) $x_0 = 1$; *в*) $x_0 = \infty$.

3. Найти неопределенный интеграл:
а) $\int (\frac{1}{x} - \frac{2}{\sin^2 x})\, dx$; *б*) $\int \cos^2 3x dx$; *в*) $\int \arcsin 2x dx$

4. Вычислить определенный интеграл.
а) $\int_1^3 2dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
$y = x^3 - 1$; $y = 0$; $x = 0$.

6. В коробке 13 неразличимых конфет, из которых 7 с шоколадной начинкой и 6 с фруктовой. Берут наугад две конфеты. Какова вероятность того, что
а) обе конфеты с шоколадной начинкой
б) обе конфеты с фруктовой начинкой
в) одна с шоколадной, другая с фруктовой

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
16 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(x) = (\cos x - 1)(\mathrm{tg}x + 2x)$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{x^2 - 7x - 8}{2x^2 + 5x + 3}$; *а*) $x_0 = -2$; *б*) $x_0 = -1$; *в*) $x_0 = \infty$.

3. Найти неопределенный интеграл:
а) $\int (\cos x + 5x)\, dx$; *б*) $\int \sin x \cos^2 x dx$; *в*) $\int (2x - 1)\cos 3x dx$

4. Вычислить определенный интеграл.
а) $\int_2^5 4dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
$y = x^2 - 3x - 4$; $y = 0$.

6. Из слова «вероятность» наугад выбирается одна буква.
Какова вероятность того, что выбранная буква гласная?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
17 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(\mathrm{x}) = \dfrac{\cos x - x^{-4} + 5}{\sqrt{x}}$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{2x^2 - 3x - 9}{x^2 - x - 6}$; $a)\ x_0 = 2;\ б)\ x_0 = 3;\ в)\ \mathrm{x}_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int(3x^2 + 2x - 1)\,\mathrm{dx}$; $б)\ \int \dfrac{\mathrm{x}^3 dx}{2x^4 - 3}$; $в)\ \int(8\mathrm{x} - 10)\sin 7\mathrm{x}d\mathrm{x}$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int\limits_{-1}^{3}(3x + 5)dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
$y^2 = 4x$ и $x^2 = 4y$

6. В группе 12 юношей и 15 девушек. По жребию разыгрывается один билет в театр. Какова вероятность того, что билет получит девушка?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
18 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(\mathrm{x}) = \sin(x^{15} + \sqrt{x} - 3)$

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{x^2 + 5x + 4}{2x^2 - 3\mathrm{x} + 5}$; $a)\ x_0 = -2;\ б)\ x_0 = -1;\ в)\ \mathrm{x}_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{\sin^2 x}\right)\mathrm{dx}$; $б)\ \int \dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{\mathrm{x}}} dx}{2\sqrt{x}}$; $в)\ \int \ln 8\mathrm{x}d\mathrm{x}$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_1^4 \frac{5\sqrt{x}}{x}\,\mathrm{dx}$; б) $\int_1^4 (x^2 - 6x + 9)\mathrm{dx}$;

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
$\mathrm{y} = 5x - x^2 + 6$ и осью ох.

6. В группе из 20 человек, 5студентов не подготовили задание.
Какова вероятность того, что два первых студента, вызванных наугад,
будут не готовы к ответу?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
19 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(\mathrm{x}) = \ln(ctgx + x^{-2} + 5)$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3x^2 - x - 10}{7\mathrm{x} - x^2 - 10}$; $a)\ x_0 = 1;\ б)\ x_0 = 2;\ в)\ \mathrm{x}_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int(3x^2 + 2x - 1)\,\mathrm{dx}$; $б)\ \int\dfrac{\mathrm{xdx}}{5+4x^2}$; $в)\ \int\arccos\mathrm{xdx}$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_2^5 4dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y = x^3,\ y = x^2,\ x = -1,\ x = 0.$

6. Сколькими способами могут занять 1, 2, 3 места 8 команд - участниц городского турнира по волейболу?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
20 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(\mathrm{x}) = \dfrac{\mathrm{tgx} + \mathrm{x}^{-5}}{\mathrm{x}^4}$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$; $a)\ x_0 = 1;\ б)\ x_0 = 3;\ в)\ \mathrm{x}_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int(\frac{1}{x} - \frac{2}{\sin^2 x})\,\mathrm{dx}$; $б)\ \int a^{tgx}\dfrac{dx}{\cos^2 x}$; $в)\ \int(2\mathrm{x}+8)\cos 7\mathrm{xdx}$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_1^3 2dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$\mathrm{y} = x^2 - 6x + 8$ и осью ох.

6. Из 15 членов туристической группы надо выбрать 3 дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ 21 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(\text{x}) = \cos(x^3 - 2x + 4)$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$; $а)\ x_0 = -2;\ б)\ x_0 = 2;\ в)\ \text{x}_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int (\cos x + 5x)\,\text{dx}$; $б) \int \dfrac{dx}{\sqrt{1 - 4x^2}}$; $в) \int \text{arctg}3\text{xdx}$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_2^5 4dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$\text{y} = x^2 - 4x - 5$ и осью ох.

6. Составьте все двузначные числа, в записи которых используются только цифры 3,5,7,9.Сколько двузначных чисел можно записать, если использовать при записи числа каждую из указанных цифр один раз?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ 22 ВАРИАНТ

1.Найти производную функции $f(\text{x}) = \sqrt{\cos x - 3x^7}$;

2.Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{x^2 - 4x}{x^2 - 2x}$; $а)\ x_0 = -3;\ б)\ x_0 = 2;\ в)\ \text{x}_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int (3x^2 + 2x - 1)\,\text{dx}$; $б) \int \sin^2 2x \cos 2x dx$; $в) \int \text{x}^3 \text{lnxdx}$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_1^3 2dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$\text{y} = 6x - 3x^2$ и осью ох.

6. В классе десять предметов и пять уроков в день. Сколькими способами можно составить расписание на один день?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
23 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(x) = \dfrac{\ln x + 6x^3}{\sin x}$

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{2x^2 + 7x + 6}{x^2 + 4x + 4}$; $а)\ x_0 = 1;\ б)\ x_0 = -2;\ в)\ x_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{\sin^2 x}\right)dx$; $б)\ \int xe^{1+x^2}dx$; $в)\ \int x^2 \ln x dx$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_1^4 \frac{5\sqrt{x}}{x}dx$; б) $\int_1^4 (x^2 - 6x + 9)dx$;

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2$, $y = -x^2 + 2$.

6. В группе из 40 человек, 10студентов не подготовили задание.
Какова вероятность того, что два первых студента, вызванных наугад, будут не готовы к ответу?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
24 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(x) = \dfrac{\cos x - 5}{x^7}$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{x^2 + 5x + 6}{3x^2 - x - 14}$; $а)\ x_0 = 2;\ б)\ x_0 = -2;\ в)\ x_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int(3x^2 + 2x - 1)\,dx$; $б)\ \int \dfrac{e^x}{\sqrt{1 - e^x}}dx$; $в)\ \int \ln 2x dx$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_2^5 4dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$;

6. Сколькими способами можно выбрать 4 делегата на конференцию, если в группе 20 человек?

ДОМАШНЯЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ
25 ВАРИАНТ

1. Найти производную функции $f(x) = (2\,\mathrm{ctg}x - 3x)^3$;

2. Вычислить: $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{5x^2 - x - 4}{3x - x^2 - 2}$; $а)\ x_0 = -1;\ б)\ x_0 = 1;\ в)\ x_0 = \infty.$

3. Найти неопределенный интеграл:

а) $\int\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{\sin^2 x}\right)dx$; $б)\ \int e^{2\sin x}\cos x dx$; $в)\ \int \ln x dx$

4. Вычислить определенный интеграл.

а) $\int_1^3 2dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

5. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = 8x - x^2 - 7$ и осью ох.

6. Наудачу бросают два кубика. Какова вероятность того, что
а) на обоих кубиках выпало 5 очков?
б) выпало одинаковое число очков?
в) сумма выпавших очков равна 5?

ЛИТЕРАТУРА

Основные источники:

1. Математика: учебник для учреждений нач. и сред. проф. образования /М.И. Башмаков. – 5-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2013 год.
2. Богомолов Н.В. Математика: учебник для студентов сред. проф. Учреждений. – М. «Дрофа», 2010.
3. Богомолов Н.В.Сборник задач по математике. – М. «Дрофа», 2009.

Дополнительные источники:

1. Пехлецкий И.Д. Математика: Учебник. – М.: Издательский центр «Академия», 2002
2. Дадаян А.А. Математика: Учебник. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2004.
3. Ш.А. Алимов и др. Алгебра и начала анализа. – М.: 2002.
4. В.М. Брадис. Четырехзначные математические таблицы. – М.: 2000.
5. Зайцев И.А. Высшая математика. Учеб. Для с/х вузов. – М.: Высш.шк., 1998.
6. Яковлев Г.Н. Алгебра и начала анализа – Гл. Редакция физико-математической литературы, 1982.
7. Яковлев Г.Н. Геометрия – Гл. физико-математической литературы, 1982.
8. Валуцэ И.И. Математика для техникумов / И.И. Валуцэ, Г.Д. Дилигун. – М.: Наука, 1990.

Электронные ресурсы:

http://www.google.ru (Сайт поисковой системы)

http://ru.wikipedia.org (Свободная энциклопедия)

http://www.metod-kopilka.ru/

http://allmatematika.ru/